

RZ DRI - 010925		
Начало работы над материалом	Публикация в сети	Последние исправления
Январь 2023 г.	01.09.2025 г.	01.09.2025 г.
Примечания: рукопись. Размещение: http://www.dri1.cc.ua/RZ.htm . Резервное размещение: _____. Размещение ссылки: «Новые идеи и гипотезы». Математика. http://new-idea.kulichki.net .		
		Страниц: 59

u↑a

Рабочая записка:

Разработка упрощенного вероятностного подхода к оценке циклической прочности баллонов в условиях ограниченной технической информации и небольшого количества нагружений. Масштабный фактор.

Младший научный сотрудник ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины, г. Киев,
 Р. И. Дмитриенко, E-mail: dri1@ukr.net.

Ключевые слова: долговечность, баллоны, циклические испытания, давление, рассеяние, медиана, масштабный фактор, коэффициенты запаса, логнормальное распределение.

Проведен анализ нормативной документации касающейся циклических испытаний газовых баллонов, и литературных источников по циклической прочности и рассеянию долговечности в зависимости от уровня напряжений. Рассмотрены нормальное и логарифмически нормальное распределение, которыми описывают рассеяние долговечности. Построена модель вероятностной оценки возможного разрушения баллонов при циклических нагрузках в зависимости от количества заранее испытываемых баллонов наперед заданным количеством циклов. Заранее испытываемые баллоны при этом не должны «разрушиться» - утратить герметичность. Библиогр. 35, рис. 21, табл. 3, формул 6.

((Дмитрієнко Р. І. - І кв. 2023 р. Розробка спрощеного імовірнісного підходу до оцінки циклічної міцності балонів в умовах обмеженої технічної інформації та невеликої кількості навантажень.

ТЕМА 1.6.2.3.12.6 (12/6) Розробка ризик-орієнтованих методів оцінки конструкційної міцності та довговічності зварних металоконструкцій.))

Введение.

Учитывая наиболее распространенную нормативную документацию (НД), можно сделать выводы, что при утверждении нового типа баллона, циклические испытания проводят на 2-3 баллонах. Нагружения проводят пробным или рабочим давлением на базе, которая в большинстве случаев составляет 12000 циклов. Баллоны не должны утратить герметичность. По некоторым НД все же допускается потеря герметичности после определенного количества циклов, но разрушение должно быть в виде свища, происходящего за счет трещины усталости, а не разрыва за счет квазистатического разрушения. Учитывая литературные источники относительно распределения долговечности

экспериментальных образцов, большинство авторов склоняется к логарифмически нормальному закону распределения. При этом коэффициент вариации, характеризующий рассеяние, может колебаться в районе 0,2...0,5. Используя это распределение и коэффициент вариации, например 0,5 (самый худший) и для баллонов, можно прогнозировать их циклическую долговечность, основываясь на результатах предварительно проведенных циклических испытаний без разрушения. Распределение вероятности возможного разрушения зависит от количества баллонов, на которых проводились испытания, и от количества циклов нагружения во время этих испытаний. Испытуемые баллоны, в процессе испытаний не должны утратить герметичность «разрушиться».

Требования, прописанные в НД, касаются баллонов с неконтролируемым, большим количеством циклических нагрузок во время эксплуатации, которые в свою очередь вообще могут быть неограниченными. Если количество циклических нагружений баллонов при их эксплуатации невелико, то требования НД завышены. Поэтому для таких баллонов целесообразно проводить циклические испытания меньшим количеством циклов, но это должно быть обосновано. Данная методика может использоваться как экспресс-метод, например в случае повышения пробного/рабочего давления. Если это повышение оправдано статической прочностью. Либо же для баллонов, которые изготовлены не в соответствии с какой либо НД. Данная методика построена на циклических испытаниях малым, не приводящим к разрушению количеством циклов. Безусловно, имеется множество методик расчета на циклическую прочность, но для этого нужно располагать геометрией, механическими свойствами, возможными несовершенствами геометрии приводящей к концентрации напряжений и т.д. В данной публикации методики расчета на циклическую прочность не рассматриваются.

1. Обзор нормативной документации касательно циклических испытаний баллонов внутренним давлением.

При утверждении нового типа газового баллона, с целью доказательства его эксплуатационной надежности, наряду с довольно таки широким спектром испытаний проводят и циклические испытания внутренним гидравлическим давлением. В большинстве случаев эти испытания проводят один раз. Но по некоторым нормативным документам (НД), с целью подтверждения стабильности качества изготовления, циклические испытания проводятся и в процессе устоявшегося производства баллонов, например один из партии, либо один из пяти или десяти последовательных партий. Подробные процедуры испытаний можно найти в соответствующих нормативных документах на производство тех или иных баллонов. Некоторые положения циклических испытаний для ряда НД являются общими.

Рабочее давление в баллоне задается давлением газа в баллоне при температуре 15 °С. По некоторым устаревшим НД эта температура составляет 20 °С. Понятно, что с ростом температуры, давление газа в баллоне также будет увеличиваться, и наоборот. Существуют таблицы заправки баллонов давлением в зависимости от температуры газа, причем для различных газов они несколько разнятся. При максимальной температуре эксплуатации баллона, давление в нем не должно превышать пробного (испытательного) давления. В некоторых случаях допускается кратковременное воздействие высоких температур на баллон. Подразумевается, что устоявшаяся температура в баллоне, после такого воздействия, не превысит максимальную температуру эксплуатации. Как мы видим рабочее давление баллона весьма условно, и может не в полной мере характеризовать максимальное эксплуатационное давление в баллоне. Пробное же давление является расчетным давлением баллона. Согласно правилам устройства и безопасной эксплуатации сосудов, работающих под давлением, баллоны должны быть рассчитаны так, чтобы напряжения в их стенках при

гидравлическом испытании не превышали 90 % предела текучести при нормальной температуре для данной марки стали. Также согласно этим правилам, пробное давление должно быть не менее чем полуторное рабочее давление. При этом пробное давление для баллонов, изготовленных из материала, отношение временного сопротивления к пределу текучести которого более 2, может быть снижено до 1,25 рабочего давления. Для баллонов производства USA распространенным является коэффициент 5/3. В ряде НД циклические испытания проводят именно пробным давлением, очевидно, в случае не разрушения, получая большую гарантию циклической долговечности и надежности по сравнению с теми НД, где испытания проводят на уровне рабочего давления. Немаловажным является и то, что на более высоких нагрузках большая вероятность выявить квазистатическое разрушение - разрушение вследствие раскрытия (разрыва), что для баллонов не допускается. А такое разрушение может иметь место в случае не совершенства конструкции, например, формы вогнутых днищ, мест перехода одной геометрической формы в другую, и т.п. Локальные же какие-то изъяны, включения, каверны, трещины и т.п. которые работают в условиях жесткого нагружения, могут также приводить к разгерметизации, но она в большей степени происходит по усталостному механизму вследствие образования свища, что менее опасно по сравнению с разрывом. Квазистатическое разрушение происходит только при мягком нагружении, пояснения см. далее по тексту.

Баллоны разделяются по типам конструкций: CNG-1 - металлический; CNG-2 - металлический лейнер, армированный проволокой или непрерывными волокнами, пропитанными смолой (кольцевая обмотка); CNG-3 - металлический лейнер, армированный непрерывными волокнами, пропитанными смолой (полная обмотка, ее еще называют обмотка в кокон); CNG-4 - непрерывные волокна, пропитанные смолой, с неметаллическим лейнером (полностью композиционный). Баллоны конструкции типа CNG-3 делятся в свою очередь на два подтипа, в одном лейнер берет на себя часть расчетной нагрузки (более 5 %), в другом, служит только для герметизации.

Требования к циклическим испытаниям полностью композиционных баллонов (CNG-4), у которых металлическими частями являются только закладные элементы, в основной части такие же, как и у остальных баллонов.

Циклическим испытаниям подвергаются газовые баллоны на высокое давление. Баллоны на низкое давление, например, баллоны стальные сварные на давление 1,6 МПа для сжиженных углеводородных газов, используемых в качестве моторного топлива на автомобильных транспортных средствах, не подвергаются испытаниям циклическими нагрузками. Стоит отметить, что в трубопроводной индустрии также не проводят циклические испытания внутренним давлением, поскольку там коэффициент запаса по толщине стенки заведомо высок.

Рассмотрим некоторые требования к циклическим испытаниям, указанным в НД. Следует понимать, что в переизданиях приводимых документов, температурные режимы, количество образцов для испытаний может несколько отличаться, но общая методология остается неизменной. Количество указываемых в испытаниях образцов касается в основном тех, для которых проводятся те или иные циклические испытания. Баллоны участвующие параллельно в некоторых испытаниях, например температурных, ударных и т.п., но которые проходят не циклические, а только статические испытания до разрушения, не указываются. В качестве дополнительной информации также приведены предельные значения коэффициента остаточного расширения $\left(K_{op}\right)_{P_{II}}$, и данные по упругому расширению,

которые определяются при пробном давлении. По этим критериям производят отбраковку баллонов, как на стадии производства, так и при периодическом их освидетельствовании. Эти критерии, в тех НД, где они предусмотрены, применяются к каждому баллону, т.е. 100 % контроль.

ISO 9809-2010 - Бесшовные стальные газовые баллоны многоразового использования, проектирование, изготовление и испытания. Баллоны типа CNG-1. Состоит этот нормативный документ из нескольких отдельных частей: 1 - Баллоны из закаленной и отпущенной стали с пределом прочности при растяжении менее 1100 МПа; 2 - Тоже но, не менее 1100 МПа; 3 - Баллоны из нормализованной стали. Также есть четвертая часть - Баллоны из нержавеющей стали с пределом прочности при растяжении менее 1100 МПа. Баллоны могут иметь днища разнообразной формы, включая вогнутую. Баллоны не имеют срока ограничения эксплуатации при положительных результатах периодических проверок. Согласно частям 1 и 3 циклические испытания проводятся на трех баллонах, согласно второй - на двух, плюс дополнительные испытания двух баллонов с искусственными щелевидными продольными дефектами, но на более щадящих режимах.

Баллоны должны выдержать 12000 циклов пробным гидравлическим давлением без разгерметизации (разрушения из-за разрыва или утечки вследствие свища). В качестве пробного давления рекомендуют использовать полуторное рабочее, которое в свою очередь определяет давление газа в баллоне при 15 °С. Для баллонов, у которых пробное давление получается более 450 бар, допускается уменьшение верхнего циклического давления до 2/3 от пробного, при этом баллоны должны выдержать 80000 циклов. Назначаются интервалы (допуски) на максимальное и минимальное давления в цикле. Для максимального: от номинального циклического давления, до + 3 % или +10 бар, в зависимости от того, что меньше. Для минимального: от нуля до 10 % от номинального циклического давления, но не более 30 бар. Также при испытаниях частота смен давления не должна превышать 0,25 Гц (15 циклов/мин.), и средняя температура, на внешней поверхности баллонов, не должна превышать 50 °С.

Циклические испытания двух баллонов с искусственными щелевидными продольными дефектами, согласно части 2. Глубина дефекта должна быть не менее 10 % толщины стенки. Баллоны нагружаются давлением равным 2/3 пробного умноженного на коэффициент s/s_{min} , где s - фактическая толщина стенки в месте будущего дефекта, а s_{min} - расчетная минимальная толщина стенки баллона. Частота не должна превышать 5 циклов в минуту, (0,08 Гц). Допуски на верхнее и нижнее давления цикла, как и для бездефектных баллонов. Баллоны должны выдержать минимум 3000 циклов без разгерметизации. Среднее значение по двум баллонам должно быть более 3500 циклов. Если баллоны с дефектами выдерживают более 12000 циклов, то нет необходимости проводить испытания бездефектных баллонов, и ряд других испытаний.

Примечание: для части 1 - $(K_{op})_{P_{II}} = 0,1$; для части 2 - $(K_{op})_{P_{II}} = 0,05$; для части 3 -

$(K_{op})_{P_{II}} = 0,1$. Упругое расширение при пробном давлении не регламентируется.

EN 12245-2009 - Переносные газовые баллонам, полностью покрытые композитным материалом. Баллоны типа CNG-3, CNG-4. Настоящий европейский стандарт

распространяется на баллоны, для сжатых, сжиженных и растворенных газов, которые содержат лайнер из металлического материала (сварного или бесшовного) или неметаллического материала (или их смеси), армированного намотанным композитом, состоящим из волокон стекла, углерода или арамида (или их смеси), встроенными в матрицу. Настоящий Европейский стандарт также применим и к композитным баллонам без футеровки, но не распространяется на баллоны с кольцевой намоткой, для которых существует отдельный EN 12257. Баллоны могут выполняться как с одной, так и с двумя горловинами, но только расположенными на оси. Внутренний объем баллонов также может находиться и в интервале 150...3000 л, (в версии 2002 г. только до 450 л.). Необходимо указать, что в EN 12245 не устанавливается коэффициент между рабочим и пробным (при котором проводятся испытания) давлениями. Производители баллонов используют такой же коэффициент, как и для стальных баллонов - 1,5.

Циклические гидравлические испытания проводятся на двух баллонах, плюс дополнительные испытания одного баллона при экстремальных температурах и одного баллона с искусственными дефектами, но на более щадящих режимах. Также циклическим испытаниям подвергается баллон после испытаний на падение о плиту с высоты и при необходимости баллон после испытаний в соленой воде. Баллоны в данном стандарте разделяются по сроку эксплуатации, с неограниченным и ограниченным сроком службы, это так же отражается и на проведении циклических испытаний.

Для баллонов с неограниченным сроком службы. Баллоны должны выдержать 12000 циклов пробным давлением, или 24000 циклов таким давлением (P_{65}), которое может реализоваться в баллоне (с учетом свойств используемых газов) при температуре 65 °C, (в версии 2002 г. давление P_{65} неприменимо). Испытания должны пройти без разгерметизации (разрушения из-за разрыва или утечки вследствие свища). Требования к интервалам для максимального и минимального давлений, к частоте и температуре испытаний, такие же, как и для ISO 9809, см. выше.

Для баллонов с ограничением срока службы. Испытания состоят из двух последовательных частей.

Первая часть. Баллоны должны выдержать $N_a = T \times 250$ циклов пробным давлением, или $N_b = T \times 500$ циклов давлением P_{65} без разгерметизации (разрушения из-за разрыва или утечки вследствие свища). Здесь T - количество лет расчетного срока службы, должно быть целым числом, и не менее 10 лет.

Вторая часть. Нагрузки продолжаются еще в количестве N_a или N_b циклов, но суммарно не более 12000 циклов в случае (а), т.е. $2N_a \leq 12000$, и 24000 циклов в случае (б), т.е. $2N_b \leq 24000$. Во второй части допускается разгерметизация баллона вследствие образования свища, в данном случае все равно принимается, что баллон выдержал испытания. Если разгерметизация происходит вследствие разрыва, то это недопустимо.

Дополнительно на одном баллоне изготавливают два целевидных дефекта, один в продольном другой в поперечном направлениях. Баллон испытывают на базе 5000 циклов давлением равным 2/3 от пробного. Первые 1000 циклов должны пройти без всякой разгерметизации, на оставшихся 4000 допускается свищ, но не разрыв.

Испытания при экстремальных температурах проводятся на одном баллоне. Баллон с не разделяющим нагрузку лайнером предварительно проходит циклические испытания (50 циклов) вакуумом.

Производится 5000 циклов при температуре 60 °C давлением равным 2/3 от пробного. Частота не более 5 циклов/мин, (0,08 Гц). Затем тоже самое, но при температуре минус 40 °C.

(В версии 2002 г. устанавливаются интервалы температур: + 60 ... + 70 и -50 ... -60 °С). Затем баллон нагружается 30-ю циклами пробным гидравлическим давлением при нормальной температуре. Далее баллон доводят до разрушения, давление должно быть более чем 1,67 пробного, (для новых баллонов этот коэффициент составляет 2,0).

Для баллонов с неметаллическими лейнерами или без них, проводят испытания одного баллона на газопроницаемость. Предварительно баллон проходит циклические гидравлические испытания давлением равным 2/3 пробного на базе 1000 циклов. Затем баллон заполняется газом при температуре 15 °С, давление 2/3 пробного. В таком состоянии баллон выдерживается 1 месяц с периодическим взвешиванием. Скорость просачивания должна быть менее 0,25 мл/ч газа на 1 литр вместимости баллона.

Дополнительно, и только для баллонов, предназначенных для подводного применения, проводятся испытания на погружение в соленую воду. Баллон выдерживается в соленой воде 45 дней при давлении 2/3 от пробного, а затем 45 дней без давления. После таких испытаний баллон должен успешно пройти циклические испытания по общей программе.

Дополнительно циклические испытания проводятся для баллона, после его испытаний на падение о плиту с высоты. Если вместимость баллона менее 80 л. циклические испытания проводятся по общей процедуре. Для баллона вместимостью более 80 л. циклические испытания проводятся давлением равным 2/3 от пробного на базе 12000 циклов. Баллон должен выдержать 3000 циклов без всякой разгерметизации. На оставшихся 9000 циклов допускается разгерметизация в виде свища.

При производстве, циклически испытывают 1 баллон за 5-и последовательных партий, (1 партия - до 200 баллонов), т.е. 1 на не более 1000 произведенных баллонов.

Примечание: Упругое и остаточное расширения при пробном давлении не регламентируются.

ГОСТ Р 53285-2019 - Баллоны малолитражные для аппаратов дыхательных и самоспасателей со сжатым воздухом. Баллоны типа CNG-1, CNG-2, CNG-3, CNG-4. Рассматриваемый НД охватывает металлические металокомпозитные и композитные баллоны объемом до 12 л, на рабочее давление не более 30 МПа. Срок службы баллонов не менее 10 лет, температура эксплуатации от минус 50 °С до плюс 60 °С. В качестве армирующих элементов используются стеклянные, арамидные или углеродные нити, ленты и т.п.

Циклические гидравлические испытания проводят на одном баллоне, плюс дополнительные испытания одного баллона после воздействия ударных нагрузок, и одного баллона после серии испытаний на падение о плиту, но по упрощенной программе. При отрицательных результатах (для баллона) испытания повторяют на удвоенном количестве баллонов.

Баллон нагружают циклическим рабочим давлением $N=T \times 500$ раз. Здесь T - количество лет расчетного срока службы, должно быть не менее 10 лет. Интервал для нижней границы: 0...1,0 МПа; для верхней: номинальное рабочее ... + 5 %. Через каждые 500 циклов баллон нагружают пробным давлением, которое составляет не менее 1,5 от рабочего. Частота нагружений - не более 10 циклов в минуту. Герметичность баллона не должна быть нарушена. После окончания циклических испытаний баллон подвергают пневматическому испытанию рабочим давлением на герметичность, и далее гидравлическому испытанию до разрушения. Разрушение баллона должно быть

безосколочным, а коэффициент запаса прочности, как отношение разрушающего давления к рабочему, должен быть не ниже чем исходный (для новых баллонов). Который в свою очередь равен: для металлических - 2,4; для металокомпозитных - 2,6; для композитных - 3,0.

Дополнительные циклические испытания одного баллона после удара об острую кромку при температуре минус 20 °С, и для металлических и металокомпозитных баллонов одного после серии испытаний на падение о плиту с высоты.

Производится 1000 циклов рабочим гидравлическим давлением. Нижняя граница 0...1,0 МПа. Частота не более 10 циклов в минуту. Герметичность баллона не должна быть нарушена. Далее баллон статическим гидравлическим давлением доводится до разрушения. Коэффициент запаса должен быть не ниже: для металлических и металокомпозитных баллонов - 2,2; для композитных - 2,6. Разрушение должно быть безосколочным.

Дополнительные циклические испытания для композитных баллонов. Испытаниям подвергаются 3 баллона. Два баллона после серии испытаний на падение о плиту с высоты, а третий после выдерживания при различных температурах, включая кратковременную выдержку при 200 °С, и воздействие открытого пламени. Баллоны подвергается циклическим испытаниям рабочим давлением (1000 циклов). Нижняя граница 0...1,0 МПа. Частота не более 10 циклов в минуту. Затем баллоны заправляется воздухом при рабочем давлении и выдерживается в течении 1,5 месяцев с периодическим взвешиванием - проверка газопроницаемости. Газопроницаемость композитного баллона после внешних воздействий должна быть не более 0,25 мл/ч газа на 1 литр вместимости баллона. Далее баллоны статическим гидравлическим давлением доводятся до разрушения. Коэффициент запаса должен быть не ниже 2,6, а разрушение должно быть безосколочным.

Примечание. Металлические и металокомпозитные баллоны также выдерживают при различных температурах, включая кратковременную выдержку при 200 °С, и воздействие открытого пламени. После температурных выдержек, циклические нагружения и проверку газопроницаемости не проводят, а испытывают сразу давлением на разрушение. Коэффициент запаса должен быть не ниже 2,2, а разрушение должно быть безосколочным.

Баллоны производят партиями, количество баллонов в партии от 20 до 400 шт. Циклических испытаний в процессе производства не предусмотрено.

Примечание: Упругое и остаточное расширения при пробном давлении не регламентируются.

GB 28053-2011 - (Китай) - Композитные газовые баллоны для дыхательных аппаратов.

Данный НД относится к баллонам объемом не более 12 л, на рабочее давление не более 30 МПа и расчетным сроком службы 15 лет. Баллоны типа CNG-3. Бесшовный лейнер баллонов состоит из алюминиевого сплава 6061, полностью обмотанного углеродным волокном. В качестве наружного защитного слоя используется стекловолокно. Баллоны могут выполняться как с одной, так и с двумя горловинами.

Циклические гидравлические испытания проводят на одном баллоне, плюс дополнительные испытания по одному баллону на усталость при высоких и низких температурах, на ступенчатые температурные циклические испытания и на циклические испытания после серии падений о плиту с высоты и удара об острую кромку.

Баллон нагружают циклическим рабочим давлением не менее 10000 раз. Нижняя граница цикла не должна превышать 10 % от номинального рабочего давления. Затем производится не менее 30 отнулевых циклических нагружений пробным давлением, которое

в 5/3 раза превышает рабочее. Частота нагружений - не более 10 циклов в минуту. Для каждого цикла, время, за которое происходит рост давления от 90 до 100 %, должно быть не менее 1,2 сек., (см. рисунок 18b). Во время испытания на усталость баллон не должен иметь видимых повреждений, деформации и утечек.

После завершения циклических испытаний, баллон подвергают гидравлическому нагружению до разрушения. Остаточное (после циклических испытаний) давление разрушения должно быть не менее 90 % от минимального давления разрушения новых баллонов. Минимальное давление разрушения новых баллонов должно в 3,4 раза превышать номинальное рабочее давление.

Испытание на усталость при высоких и низких температурах. Испытания проводятся на одном баллоне. Частота нагружений - не более 10 циклов в минуту. Для каждого цикла, время, за которое происходит рост давления от 90 до 100 %, должно быть не менее 1,2 с. Во время испытания на усталость баллон не должен иметь видимых повреждений, деформации и утечек. Производится 5000 циклов рабочим давлением при температуре не ниже плюс 60 °С. Затем 5000 циклов рабочим давлением при температуре не выше минус 51,6 °С. Затем не менее 30 циклов гидравлическим пробным давлением при нормальной температуре. Далее испытание на разрыв. Давление разрушения должно быть не менее 90 % от минимального давления разрушения новых баллонов.

Испытания температурным циклом. Испытаниям подвергается один баллон. Условия по режимам циклических нагружений аналогичные. Баллон нагружается рабочим гидравлическим давлением 10000 циклов при нормальной температуре. Далее, при поддержании в баллоне постоянного давления равного рабочему, проводятся испытания термическим циклом при температуре наружной поверхности баллона плюс 93,3 °С и минус 51,6 °С не менее 20 раз. Производится выдержка не менее 10 мин при каждой температуре. Затем испытание на разрыв. Давление разрушения должно быть не менее 90 % от минимального давления разрушения новых баллонов.

Циклические испытания после серии падений о плиту с высоты и удара об острую кромку. Испытания проводятся на одном баллоне. Условия по режимам циклических нагружений аналогичные. После испытаний на падение и удар, баллон нагружается рабочим гидравлическим давлением 10000 циклов при нормальной температуре. Далее испытание на разрыв. Давление разрушения должно быть не менее 90 % от минимального давления разрушения новых баллонов.

При производстве баллонов, на циклические испытания испытывается один баллон из произведенной партии. При неудачных испытаниях, испытания проводят на 5-ти баллонах.

Примечание. Упругое расширение при пробном давлении ограничивается разработчиком. Остаточное же расширение при пробном давлении не регламентируются.

ГОСТ 949-73 - Баллоны стальные малого и среднего объема (0,4...50 л.) для газов на рабочее давление менее или равно 19,6 МПа. В данном стандарте вообще не предусмотрено проведение циклических испытаний, точно также как и испытаний на разрушение давлением. По этому НД массово выпускались бесшовные баллоны только с выпуклыми днищами. Баллоны типа CNG-1.

В издании уже 2020 года (московская), с расширением интервала объемов баллонов (0,5...150 л.), с введением вогнутых днищ, также введены и соответствующие циклические и статические до разрушения испытания. Пробное давление в 1,5 раза превышает рабочее,

которое определяется давлением газа в баллоне при 15 °С. Циклические испытания проводят гидравлическим давлением равным 1,3 рабочего. Баллоны должны выдержать циклические испытания без всякой разгерметизации 14600 циклов. Нижнее давление цикла не должно превышать 10 % от верхнего давления цикла, но не более 3 МПа. Допуск на верхнее давление цикла составляет плюс 10 %. Частота нагружений баллонов не должна превышать 15 циклов в минуту. Температура на наружной поверхности баллона во время испытания не должна превышать 50 °С. При производстве баллонов допускается проведение циклических испытаний одного баллона из партии. Расчетный срок службы должен быть не менее 40 лет. Требования настоящего стандарта основаны на том, что баллоны в ходе их эксплуатации заправляются не чаще, чем 1 раз в день или 365 раз в год.

Примечание: Упругое и остаточное расширения при пробном давлении не регламентируются.

ГОСТ 9731-79 - Баллоны стальные бесшовные большого объема (80...500 л.) для газов на рабочее давление менее или равно 24,5 МПа. Баллоны типа CNG-1, с выпуклыми днищами. Также нет соответствующих циклических и статических до разрушения испытаний.

Примечание: Упругое и остаточное расширения при пробном давлении не регламентируются.

ГОСТ 12247-80 - Баллоны стальные бесшовные большого объема для газов на рабочее давление 31,4 и 39,2 МПа. Баллоны типа CNG-1, двухгорловые объемом 80...1000 л из легированной стали. Также нет соответствующих циклических и статических до разрушения испытаний.

Примечание: Упругое и остаточное расширения при пробном давлении не регламентируются.

ISO 11120-1999 - Бесшовные стальные газовые баллоны многократного использования, вместимостью от 150 л до 3000 л, проектирование, изготовление и испытания. Баллоны типа CNG-1, из закаленной и отпущенной стали с пределом прочности при растяжении менее 1100 МПа. Циклических и статических до разрушения испытаний не предусмотрено.

Примечание: $(K_{op})_{P_{II}} = 0,1$. Упругое расширение при пробном давлении не регламентируется.

ISO 11119-2002 - Газовые баллоны композитной конструкции. Спецификация и методы испытаний. Баллоны типа CNG-2, CNG-3. Этот НД состоит из нескольких частей.

Часть 1: Композитные газовые баллоны, армированные волокном в кольцевом направлении.

Часть 2: Композитные газовые баллоны, полностью армированные волокном, с металлическим лейнером разделяющим нагрузку.

Часть 3: Композитные газовые баллоны, полностью армированные волокном, с металлическим или неметаллическим лейнером не разделяющим нагрузку.

Часть 1.

Баллоны для хранения и транспортировки сжатых или сжиженных газов с пробным давлением до 650 бар и объемом до 450 л. Баллоны могут иметь неограниченный срок службы (при пробном давлении менее 60 бар, требование обязательное), или срок службы более 10 лет. Баллоны состоят из бесшовного металлического лейнера обмотанного в кольцевом направлении нитями, состоящими из углеродного волокна, арамидного волокна или стекловолокна, включая их разнообразные смеси, либо стальной проволокой. Баллоны могут выполняться как с одной, так и с двумя горловинами. Рабочее давление не должно превышать 2/3 от пробного.

Циклические гидравлические испытания проводят на двух баллонах, один из которых может быть после серии испытаний на падение о плиту с высоты, другой после испытаний в соленой воде, плюс дополнительные циклические испытания еще одного (3-го) баллона при повышенных и пониженных температурах.

Для баллонов с пробным давлением, равным или превышающим 60 бар. Два баллона подвергаются циклическому нагружению пробным давлением, или таким давлением (P_{65}), которое может реализоваться в баллоне (с учетом свойств используемых газов) при температуре 65 °С.

Нижняя граница цикла не должна превышать 10 % от номинального циклического давления, либо 30 бар, в зависимости от того что меньше. Также при испытаниях частота смен давления не должна превышать 0,25 Гц (15 циклов/мин.), а температура, на внешней поверхности баллонов, не должна превышать 50 °С.

Испытания состоят из двух последовательных частей.

Первая часть. Баллоны должны выдержать $N_a = T \times 250$ циклов пробным давлением, или $N_b = T \times 500$ циклов давлением P_{65} без разгерметизации (разрушения из-за разрыва или утечки вследствие свища). Здесь T - количество лет расчетного срока службы, должно быть целым числом, и не менее 10 лет.

Вторая часть. Нагружения продолжают еще в количестве N_a или N_b циклов, но суммарно не более 12000 циклов в случае (а), т.е. $2N_a \leq 12000$, и 24000 циклов в случае (б), т.е. $2N_b \leq 24000$. Во второй части допускается разгерметизация баллона вследствие образования свища, в данном случае все равно принимается, что баллон выдержал испытания. Если разгерметизация происходит вследствие разрыва, то это недопустимо. Если баллоны выдерживают 12000 в случае (а), или 24000 в случае (б), циклов нагружения без разгерметизации, то в таком случае нет необходимости ограничивать расчетный срок службы этих баллонов.

Если у баллонов пробное давление менее 60 бар, то они испытываются только пробным циклическим давлением и должны выдержать 12000 циклов без всякой разгерметизации.

Дополнительные циклические испытания одного баллона при повышенных и пониженных температурах. Циклические испытания проводятся давлением равным 2/3 от пробного. Сначала 5000 циклов в интервале температур плюс 60 ... плюс 70 °С, затем 5000 циклов в интервале температур минус 50 ... минус 60 °С. Частота нагружения не должна превышать 5 циклов/мин. По окончании, производится 30 нагружений пробным гидравлическим давлением при нормальной температуре. Далее статическим давлением баллон доводится до разрушения. Давление разрушения, после таких испытаний, должно быть не менее 1,4 пробного давления. Для новых баллонов этот коэффициент составляет: для баллонов с пробным давлением 60 и более бар - 1,67; для баллонов с пробным давлением менее 60 бар - 2,0.

В процессе производства баллонов, 1 баллон, выбранный случайным образом из пяти последовательных партий, (партия - до 200 баллонов), также подвергается циклическим испытаниям.

Примечание: $(K_{op})_{P_{II}} = 0,05$. Упругое расширение при пробном давлении не регламентируется.

Часть 2: Требования в основном совпадают с требованиями указанными для части 1. Отличие в некоторых положениях приведены ниже.

При обмотке использование проволоки исключено. Испытание погружением в соленую воду является обязательным только для баллонов, предназначенных для подводного применения.

Дополнительно вводятся циклические испытания одного баллона с продольным и поперечным искусственными дефектами. Нагружения проводят давлением равным 2/3 от пробного. Баллон должен выдержать как минимум 1000 циклов без всякой разгерметизации, и еще 4000 циклов на которых допускается разгерметизация в виде свища, но не раскрытия.

Если объем баллона более 50 л, то после серии испытаний на падение о плиту, циклические испытания проводят давлением равным 2/3 от пробного. Баллон должен выдержать как минимум 3000 циклов без всякой разгерметизации, и еще 9000 циклов на которых допускается разгерметизация в виде свища, но не раскрытия.

В процессе производства баллонов, каждый баллон из партии, (партия - до 200 шт.), также подвергается циклическим испытаниям.

Для новых баллонов независимо от уровня пробного давления, давление разрушения должно быть в 2,0 раза больше пробного.

Примечание: $(K_{op})_{P_{II}} = 0,05$. Упругое расширение при пробном давлении не регламентируется.

Часть 3. Требования в основном совпадают с требованиями указанными для части 2, и соответственно для части 1.

Отличие в некоторых положениях приведены ниже.

Перед циклическими гидравлическими испытаниями один баллон испытывается на вакуум - 50 циклов, а другой, проходит специальные пневматические циклические испытания (100 циклов) давлением 2/3 от пробного.

Композитные баллоны с неметаллическими лайнерами, и баллоны без лайнеров, проходят испытания на газовую проницаемость. Два баллона заполняются газом под давлением равным 2/3 от пробного, и выдерживаются в течение месяца с периодическим взвешиванием. Скорость просачивания должна быть менее 0,25 мл/ч газа на 1 литр вместимости баллона. До проведения таких испытаний, баллоны нагружаются циклическим (1000 циклов) гидравлическим давлением, равным 2/3 от пробного.

Примечание. Для баллонов определяется упругое объемное расширение в интервале 10...100% пробного давления. Результаты для каждого конкретного баллона не должны превышать 110 % от среднего значения партии. Остаточное расширение при пробном давлении не регламентируются.

ГОСТ 11439-14 (ISO 11439-2000) - Газовые баллоны высокого давления для хранения на транспортном средстве природного газа как топлива. Баллоны типа CNG-1, CNG-2, CNG-3, CNG-4.

Общее для типов конструкций баллонов.

Срок эксплуатации баллонов не более 20 лет. Баллоны могут иметь одну или две горловины, расположенные в днищах. Осевая линия отверстий горловин должна совпадать с продольной осью баллона. Баллоны должны выдерживать установившуюся температуру газа, которая может изменяться от минус 40 °С до плюс 65 °С. Давление до 20 МПа при 15 °С, максимальное давление при максимальной температуре эксплуатации - не более 26 МПа. Рабочее давление 20 МПа, пробное давление равно 1,5 рабочего, но не менее 30 МПа. Для московии коэффициент запаса прочности баллона - не менее 2,4, т.е. действительное разрушающее давление баллона должно быть не менее 48 МПа. Баллоны должны выдерживать наполнение на установившееся давление 20 МПа при установившейся температуре газа 15 °С не менее 1000 раз в течение одного года эксплуатации. Скорость изменения давления при циклических испытаниях, если не указано отдельно, не более 10 циклов в минуту. Параметр T - установленный срок службы в годах. В скобках указаны данные для московии.

Для баллонов, в зависимости от материала намотки и типа конструкции, устанавливаются минимальные значения давлений разрушения при статическом нагружении. Эти значения в МПа следующие: CNG-1 - 45 (48); CNG-2 - стекло 50 (55), арамид и углерод 47 (50); CNG-3 - стекло 70 (73), арамид 60 (62), углерод 47 (50); CNG-4 - стекло 73, арамид 62, углерод 47 (50).

Для баллонов CNG-2, CNG-3, CNG-4 в качестве армирующего материала должны быть стеклянные, арамидные или углеродные волокна. Использование проволоки в намотке баллонов типа CNG-2 исключено.

Циклические испытания внутренним гидравлическим давлением при температуре окружающей среды. Для баллонов типа CNG-1, CNG-2, CNG-3, CNG-4.

Испытания проводятся на двух баллонах. Давление в баллонах должно изменяться от не более 2 до не менее 26 МПа. Баллоны испытываются до разрушения или не менее 45000 (48000) циклов. Баллоны должны выдерживать без разрушения не менее $T \times 1000$ циклов. Баллоны, выдержавшие более $T \times 1000$ циклов, должны давать утечку, но не разрыв. Баллоны, которые не разрушились в течение 45000 (48000) циклов должны быть разрушены путем продолжения циклических испытаний давлением, или путем повышения гидравлического давления.

Циклические гидравлические испытания на «утечку до разрушения». Для баллонов типа CNG-1, CNG-2, CNG-3, CNG-4.

Испытания проводятся на трех баллонах. Давление в баллонах должно изменяться от не более 2 до не менее 30 МПа. Баллоны должны протечь или выдержать не менее 45000 (48000) циклов нагружения давлением.

Циклическое испытание внутренним давлением при экстремальных температурах. Для баллонов типа CNG-2, CNG-3, CNG-4.

Испытания проводятся на одном баллоне, с композитной оболочкой, но без защитного покрытия. Баллон выдерживается 48 ч при температуре не менее 65 °С. Далее баллон нагружают гидравлическим давлением от не более 2 до не менее 26 МПа $T \times 500$ циклами при температуре не менее 65 °С. Затем баллон нагружают гидравлическим давлением от не

более 2 до не менее 20 МПа $T \times 500$ циклами при температуре не выше минус 40 °С со скоростью не более трех циклов в минуту. Во время циклических испытаний давлением на баллоне не должно быть выявлено трещин, утечки или раскручивания волокон. После таких циклических испытаний давлением при экстремальных температурах баллон должен быть подвергнут испытанию гидравлическим давлением до разрушения. Давление разрушения должно быть не менее 85 % от минимального разрушающего давления.

Циклические испытания природным газом. Для баллонов типа CNG-4.

Испытания проводятся на одном баллоне. До проведения этих испытаний должны быть получены положительные результаты испытаний на герметичность, испытаний гидравлическим давлением на разрушение, циклические испытания давлением при температуре окружающей среды и испытания на газопроницаемость. Баллон подвергают циклическому испытанию давлением сжатым природным газом от не менее 2 МПа до рабочего давления в течение 1000 циклов. Время заполнения баллона в цикле должно быть не более 5 мин. Во время выпуска давления, температура может выходить за эксплуатационную температуру. Затем баллон должен быть испытан на герметичность.

Примечание. Испытание на газопроницаемость. Проводятся на одном баллоне, и только для баллонов конструкций типа CNG-4. Баллон, заполненный природным газом под рабочим давлением, выдерживается 500 ч. в герметичной камере при температуре окружающей среды. Скорость просачивания должна быть менее 0,25 мл/ч природного газа на 1 литр вместимости баллона.

Баллоны в процессе их производства выпускаются партиями. Количество баллонов в партии не более 200 шт. Для партий баллонов также предусмотрены соответствующие циклические испытания.

Баллоны, конструкций типа CNG-1, изготовленные в соответствии с ISO 9809 (части 1, 2, 3) или ISO 7866, не требуется подвергать циклическим испытаниям давлением, при условии, что при испытаниях утверждения типа, баллоны выдерживают без разрушения не менее 15000 циклов изменения давления от не более 2 МПа до не менее 30 МПа, или не менее 30000 циклов изменения давления от не более 2 МПа до не менее 26 МПа.

Для всех остальных баллонов независимо от типа конструкции, испытания партий баллонов предусматривает процедуры приведенные ниже.

Первоначально один баллон из каждой партии должен быть подвергнут циклическому испытанию давлением от не более 2 до не менее 26 МПа, на протяжении $T \times 1000$ циклов, (но не менее 15000 циклов).

Если в 10 последовательных партиях баллонов, ни один из баллонов, не дал течи или разрыва за менее чем $T \times 1500$ циклов (но не менее 22500 циклов), то циклические испытания давлением можно проводить на одном баллоне из каждой последующих пяти партий. При этом, если же в 10 последовательных партиях баллонов, ни один из баллонов, не дал течи или разрыва за менее чем $T \times 2000$ циклов (но не менее 30000 циклов), то циклические испытания давлением можно проводить на одном баллоне из каждой последующих десяти партий. Если со времени последних циклических испытаний давлением прошло более трех месяцев, то баллон из следующей партии должен быть подвергнут циклическим испытаниям, чтобы сохранить испытание партии с сокращенной частотой. Если в процессе сокращенной программы циклических испытаний баллон не выдерживает 22500 или 30000 циклов, то эта сокращенная программа отменяется. Для установления новой сокращенной программы, необходимо провести испытания минимум десяти последовательных партий.

Если баллон не соответствует минимальному требованию и не выдерживает $T \times 1000$ циклов (не менее 15000 циклов), то должна быть определена и устранена причина

несоответствия. Затем необходимо повторить циклические испытания давлением на трех дополнительных баллонах из этой партии. Если хотя бы один из трех дополнительных баллонов не выдерживает $T \times 1000$ циклов (не менее 15000 циклов), то эта партия должна быть забракована.

Для баллонов конструкций типа CNG-4, до проведения испытаний, баллон должен быть испытан на кручение закладной горловины. После проведения циклических нагружений, баллон должен быть испытан на герметичность.

Примечание: для баллонов типа: CNG-1 - $(K_{op})_{P_{II}} = 0,1$; CNG-2 - $(K_{op})_{P_{II}} = 0,05$;

CNG-3 - $(K_{op})_{P_{II}} = 0,05$; Для баллонов типа CNG-4 - определяется упругое объемное

расширение при пробном давлении. При этом результаты для каждого конкретного баллона не должны превышать максимального значения, устанавливаемого производителем, и среднего значения партии более чем на 10 %.

2. Обзор литературных данных по долговечности и усталости материалов.

Важнейшими параметрами циклического нагружения являются: максимальное $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$ и минимальное $\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a$ напряжения цикла; амплитуда напряжений цикла $\sigma_a = 0,5(\sigma_{max} - \sigma_{min})$; размах напряжений цикла $2\sigma_a$; среднее напряжение цикла $\sigma_m = 0,5(\sigma_{max} + \sigma_{min})$, (см. рисунок 1), и коэффициент асимметрии цикла $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$. Также к параметрам цикла стоит отнести период цикла и форму кривой нагружения. Существует мнение, что при испытании металлов форма кривой нагружения не влияет на усталостную долговечность и ее составляющие. Усталостное разрушение определяется только наибольшим и наименьшим напряжениями цикла и не зависят от закона изменения напряжений внутри интервала $\sigma_{max} - \sigma_{min}$, [1]. Циклы, имеющие одинаковые характеристики R называются подобными [2]. Точно так же, как показывают опыты, несущественным является влияние частоты изменения напряжений. Исключения представляют испытания при высоких температурах, а также при воздействии коррозионной среды. В этих условиях уменьшение частоты приводит к некоторому снижению сопротивления усталости [1]. Остаточные напряжения действуют подобно средним напряжениям цикла [3].

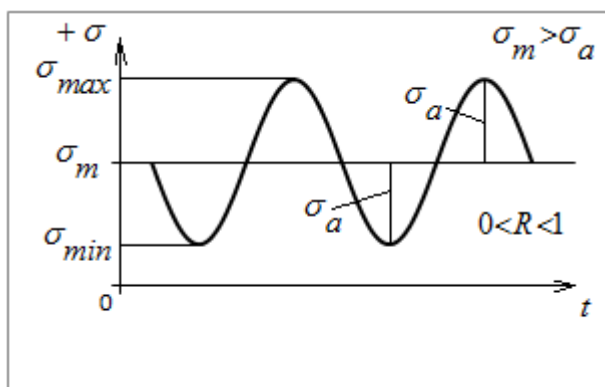


Рисунок 1. Знакопостоянный положительный цикл изменения напряжений во времени.

Знакопостоянный цикл - цикл, при котором напряжения изменяются только по величине, см. рисунок 1. Знакопостоянный цикл может быть отнулевым (пульсирующим) - когда верхней или нижней границей является ноль. В таком случае коэффициент асимметрии цикла $R=-\infty$ и $R=0$ соответственно. Для пульсирующего положительного цикла $\sigma_{max}=\sigma_o$, $\sigma_{min}=0$, $\sigma_m=0,5\sigma_o$, $R=0$. Для симметричного цикла, например $\sigma_m=0$ и $R=-1$, а для постоянной нагрузки $R=1$.

При испытании, например, стальных образцов на усталость в подавляющем большинстве случаев имеется линейная зависимость между $\ln(\sigma)$ и $\ln(N)$, а также между σ и $\ln(N)$ для большого участка левой ветви кривой усталости (до напряжений не выше предела текучести). Это позволило, в первом случае, аналитически представлять зависимости между указанными величинами в виде уравнения $\sigma^m N = const$, где m - показатель степени, зависящий от состава стали, режима термической обработки и напряженного состояния, при котором испытывается образец.

Ни при каких других видах разрушения характеристики прочности не зависят от такого большого числа факторов, как при усталостном разрушении. Основными из них являются: особенности материала и технологии изготовления; конструкция изделия/детали; режим нагружения; среда, контактирующая с изделием/деталью [4]. При малоцикловом нагружении, определяющей оказывается связь между комплексами основных механических свойств и долговечностью, а не связь между отдельными основными механическими свойствами и долговечностью [5].

При испытаниях на усталость имеются два существенно различающиеся между собой вида нагружения: нагружение с заданным размахом нагрузки - мягкое нагружение; нагружение с заданным размахом деформации - жесткое нагружение. В случае мягкого нагружения, перемещение кинематически не ограничено и может изменяться в зависимости от изменения жесткости нагружаемой системы в период нарастания усталостных повреждений и постепенного развития усталостной трещины. Наиболее распространены и более соответствуют массовым условиям службы деталей конструкций в эксплуатации испытания с заданным размахом нагрузки.

Усталость пластичных металлов разделяют на два типа, малоцикловая усталость, (до $N_K=5 \times 10^4 \dots 10^5$ циклов), при которой образование макротрещин или полное разрушение происходят в упруго-пластической области и многоцикловая усталость (свыше $N_K=5 \times 10^4 \dots 10^5$ циклов), где соответствующие процессы происходят чисто при упругом циклическом деформировании. В области перехода от малоцикловой к многоцикловой усталости меняется механизм деформирования, и изменяются параметры связи между статическими и циклическими энергетическими характеристиками. Деление на многоцикловую и малоцикловую усталость по числу циклов условно, используют также деление по уровню напряжения, виду излома и другие критерии. Предлагается считать границей между малоцикловой и многоцикловой усталостью значение динамического предела текучести - σ_K , см. рисунок 21.

В области малоцикловой усталости и только в случае мягкого нагружения, может присутствовать начальный участок - квазистатическая усталость (циклическая ползучесть), когда образование макротрещин или полное разрушение происходят при небольших

количествах циклов. Этот участок располагается при нагрузках выше пределов упругости, текучести и сопровождается накоплением односторонних, направленных пластических деформаций, в результате которого возникает разрушение (квазистатическое), близкое по внешним признакам к статическому [6]. Этот участок может быть четко выраженным и при симметричном нагружении, но наиболее рельефно процессы циклической ползучести наблюдаются при пульсирующем растяжении, [6]. В монографии [7] указывается, что для широкого класса сталей, зона перехода квазистатической усталости в усталостную происходит в довольно таки большом диапазоне чисел циклов $N_L = 5 \times 10^3 \dots 10^5$, но может

происходить и при числе циклов от 10^2 . При этом напряжения в этой зоне перехода составляют $\sigma_L = (0,8 \dots 0,83) \sigma_B$, (см. рисунок 21) и в первом приближении не зависят от коэффициента асимметрии цикла. Там же отмечается, что для пульсирующего цикла зона квазистатической усталости по количеству циклов больше чем для симметричного. Некоторые авторы, начальный участок квазистатической области, менее 100 циклов, заменяют горизонтальной прямой на уровне временного сопротивления. При больших напряжениях, для разрушения бывает достаточно 5...10 циклов, [1]. При жестком нагружении нет накопления деформаций, что исключает возможность квазистатического разрушения. В этом случае все материалы разрушаются по усталостному типу с образованием трещин, [6].

Разделение кривой усталости на зоны не случайно, происходит оно из-за различных характеров разрушения. В местах перехода между зонами происходит изменение угла наклона касательной к кривой усталости, или даже появляются разрывы.

Усталостная долговечность конструкции N_f (характеристика выносливости при напряжениях выше предела выносливости) - общее количество циклов от начала испытания до разрушения. В свою очередь она складывается из долговечности до трещины N_o - числа циклов до образования трещины наперед заданного размера и живучести (остаточной долговечности) N_p - числа циклов от момента появления трещины до разрушения, т.е.

$N_f = N_o + N_p$. В зависимости от условий, N_p может составлять от 10 до 90 % от N_f [4]. С ростом напряжений уменьшается долговечность от начала испытаний до окончательного разрушения и изменяется соотношение между N_o и N_p . Чем выше напряжение, тем на более ранней стадии возникает трещина, но и тем больше относительная живучесть, выраженная в процентах от общей долговечности [8].

Как для многоциклового (длительная прочность), так и для малоциклового усталостей, проверка экспериментальных выборок долговечности обычно проводилась на соответствие нормальному, логнормальному и Вейбулла законам распределения. В большинстве работ предлагается использовать логнормальный закон [5, 9]. В работе [10] получено соответствие значений усталостной долговечности N_f логнормальному закону распределения, как для гладких, так и для надрезанных образцов из коррозионно-стойкой стали. Экспериментально установлено, что в большинстве случаев распределение логарифма чисел циклов до разрушения хорошо аппроксимируется нормальным законом распределения [4]. При этом необходимо отметить, что при малом количестве образцов графически отличить логнормальное распределение от распределения Вейбулла достаточно трудно [9, 11, 12] и для этого требуются испытания иногда тысяч образцов [11]. В связи, с чем, логнормальный закон выбран из соображений удобства. Стоит отметить, что логнормальный закон плохо

описывает рассеяние величины N_f при вероятности появления менее 3...5 % и более 97...99 % вследствие того, что нормальное распределение $\ln(N_f)$ неограниченно ни справа, ни слева и простирается в область отрицательных значений случайной величины, а усталостная долговечность N_f конечна и отрицательных значений иметь не может. Также рассеяние долговечности имеет нижнюю границу $N_{f \min} > 0$. Поэтому в литературе рекомендуется использовать усеченный слева вариант распределения. Если, например, говорить о распределении долговечностей до образования трещин, то, как показано в работе [9] в малоцикловой области оно имеет форму распределения Вейбулла.

Основанием для вероятностных подходов является тот факт, что процессы накопления усталостных (циклических) повреждений, приводящие к зарождению и последующему развитию усталостных (в том числе малоцикловых) трещин, носят случайный характер [5]. При одном и том же напряжении, испытываемые образцы металла могут показывать числа циклов до разрушения, различающиеся на один или даже на два порядка, [3]. В работах многих авторов наблюдается существенный разброс характеристик циклического деформирования, во многих случаях значительно превышающий разброс основных механических свойств. Статистическая природа процесса усталостного разрушения предопределяет рассеяние результатов усталостных испытаний в большей степени, чем других видов испытаний [4]. Коэффициенты вариации по живучести оказываются не менее 0,2 - 0,5 [5]. По справочным данным, при испытаниях долговечности, коэффициент вариации достигает значений 0,2 - 0,3. Разброс данных наблюдается и при определении обычных пределов прочности, текучести и других характеристик, но с относительно низким коэффициентом вариации (0,01 - 0,05).

С повышением уровня действующих напряжений наблюдается переход от разрушения по зернам к разрушениям по их границам, и может изменяться место и характер разрушения [4]. Например, при испытаниях давлением полых цилиндров [13], при числе циклов до разрушения 4×10^3 , разрушение происходило по образующей цилиндра, т. е. носило квазистатический характер. Увеличение предельной долговечности до 7×10^3 циклов (уменьшение уровня напряжений) приводило к разрушениям усталостного типа в заделке.

В ряде работ [4, 14-19] отмечается, что разброс числа циклов до разрушения - рассеяние долговечности уменьшается с ростом уровня напряжений - рассеяние долговечности при малоцикловом нагружении меньше, чем для условий многоцикловой усталости, и это подтверждается экспериментально. То же самое справедливо и для коэффициента вариации долговечности [5, 9, 12]. Рассеяние долговечности, с повышением уровня напряжений, уменьшается, поскольку имеет место переход от чисто усталостных разрушений, связанных с локальными разрушениями в неблагоприятно ориентированных зернах металла, к малоцикловым, определяющимся макропластическими деформациями значительных объемов [5]. Например, для стали 16Г2АФ результаты испытаний показывают [5], что при уровне напряжений $\sigma = 300$ МПа максимальная разница в долговечностях составила 7,5 раза, а при $\sigma = 500$ МПа - 3,2 раза.

При усталостных испытаниях рассеяние долговечности уменьшается с увеличением уровня напряжений [20]. Рассеяние уменьшается также с ростом уровня концентрации напряжений [4]. Эта зависимость объясняется тем, что с увеличением уровня концентрации, напряжения в зоне концентрации возрастают, а с ростом напряжений уменьшается

рассеяние. Хотя при этом, по данным [21] рассеяние долговечности для сварных соединений существенно больше, чем рассеяние для основного материала.

Рассеяние в значительной мере зависит от формы и размеров образцов. С увеличением поперечных размеров испытываемых образцов из металла разброс (рассеяние) по долговечности снижается [4, 3]. Экспериментально установлено, что небольшие образцы металла более прочны, чем крупные. В образцах крупных сечений по сравнению с малыми имеется большая вероятность наличия дефектов и опасно напряженных зерен, что связано со статистической природой процесса усталостного разрушения [3]. При увеличении размеров, также происходит и снижение предела выносливости. Снижение предела выносливости с увеличением размеров детали получило название масштабного эффекта. Как отмечается в [1] снижение обусловлено статистическим характером возникновения микротрещин тесно связанным с неоднородностью напряженного состояния в пределах малых объемов. Геометрическое подобие, потребовало бы геометрического подобия всех кристаллов в структуре и даже геометрического подобия их строения. Но эти условия при переходе от малого образца к большому не соблюдаются, поэтому мы и не получаем силового подобия. Хотя некоторые авторы, см. например [4], отмечают, что существенное проявление эффекта масштаба наблюдается только при наличии градиента напряжений.

Для обоснования малоциклового прочностного ресурса элементов конструкций используется детерминированный подход, в неявном виде учитывающий рассеяние свойств основного материала и сварных соединений, параметров нагружения и ряда других факторов. При этом расчет проводится по гарантированным техническими условиями (ТУ) значениям основных механических свойств с введением запасов по местным амплитудам напряжений $\bar{n}_\sigma = 2$ и долговечностям $\bar{n}_N = 10$. Эти коэффициенты применяются для сосудов давления для трубопроводов и для других изделий с низкой исходной концентрацией напряжений. Для элементов конструкций и деталей машин с заведомо высокой исходной концентрацией напряжений, в силу более малого рассеяния, коэффициенты принимаются равными 1,5 и 3 соответственно, по данным, например [22] эти коэффициенты составляют $\bar{n}_\sigma = 2,0$, $\bar{n}_N = 3,0$. Значения коэффициентов $\bar{n}_\sigma$ и $\bar{n}_N$ принимают с учетом типа конструкций, условий их эксплуатации и ответственности, опыта проектирования и изготовления, точности расчетов и задания исходной информации, рассеяния характеристик нагруженности и механических свойств [22]. При расчетах элементов авиадвигателей, например, $\bar{n}_N = 5 \dots 10$. Если испытанию при эксплуатационных нагрузках подвергают натурные конструкции или полномасштабные модели, то согласно [22] значения коэффициентов запаса должны удовлетворять условиям $\bar{n}_\sigma \geq 1,25$, $\bar{n}_N \geq 2,1$.

Нормативный коэффициент запаса по долговечности определяется следующим образом [23]: $\bar{n}_N = \frac{N_{f1/2}}{[N]}$, где $N_{f1/2}$ - число циклов до разрушения с вероятностью 0,5 (50 %) - медиана распределения, $[N]$ - максимально-допустимое число циклов, при котором вероятность разрушения практически нулевая. В практике обычно принимают $\bar{n}_N = 10$.

Согласно [22] коэффициент безопасности по напряжениям для заданного режима нагружения определяют соотношением $\bar{n}_\sigma = \sigma_a^* / \sigma_a^{**}$, где σ_a^* - разрушающая амплитуда местных напряжений, устанавливаемая для эксплуатационного числа циклов $N^{**} \leq 10^5$; σ_a^{**}

- амплитуда местных напряжений в наиболее нагруженной при эксплуатации зоне рассчитываемого на прочность элемента конструкции.

Также согласно [22] коэффициент безопасности по долговечности определяют соотношением, $\bar{n}_N = N^* / N^{**}$, где N^* - разрушающее число циклов для эксплуатационных уровней напряжений $\sigma_a^* = \sigma_a^{**}$; N^{**} - эксплуатационное количество циклов нагружения за расчетный срок службы, определяемое по результатам обработки схематизированных случайных процессов, зарегистрированных при динамико-прочностных испытаниях опытного образца изделия.

При натурных испытаниях, размах амплитуды в наиболее опасных точках, весьма затруднительно определить достоверно, в отличие от количества циклов при котором произошло разрушение.

Мера повреждений при циклических нагружениях характеризуется коэффициентом $\Omega = N / N_{f1/2}$, лежащим в интервале $0 \dots 1$, где N - текущее число циклов.

Перерывы (паузы) при испытаниях приводят к увеличению числа циклов до разрушения, особенно пластичных материалов (малоуглеродистая сталь и др.), практически не влияя на величину их предела выносливости [4]. В одних случаях влияние пауз незначительно, в других, за счет пауз число циклов до разрушения увеличивается на 15 - 20 %. Увеличение числа циклов тем больше, чем чаще паузы и чем они длительнее, последний фактор влияет слабее [2].

Существует несколько факторов, по-разному влияющих на чувствительность материала к концентрации напряжений:

- а) геометрические факторы - форма и размеры концентратора напряжений (определяют соотношение между тремя главными напряжениями, градиент и уровень концентрации напряжений у концентратора);
 - б) природа материала - химический состав и структура (этим определяется, прежде всего, циклическая вязкость, от которой зависит чувствительность к концентратору);
 - в) технологические факторы - остаточные напряжения, степень и глубина наклепа в поверхностном слое, качество обработки поверхности (они определяют физико-механические свойства поверхностного слоя металла);
 - г) металлургические факторы - неметаллические включения, пустоты, трещины и т. д.
- Коэффициент концентрации напряжений в отдельных случаях может достигать 6 [3].

Исследования влияния одиночных и групповых концентраторов напряжений на усталостную прочность позволили установить, что значения эффективного коэффициента концентрации напряжений $K_\sigma = \sigma_{-1} / \sigma_{-1K}$ не остаются постоянными и зависят от уровня напряжений, количества и расположения надрезов, а также от свойств материала [24]. При увеличении уровня напряжений наблюдается снижение K_σ . С увеличением коэффициента асимметрии цикла R , значения K_σ уменьшается и, следовательно, чувствительность материала к концентрации напряжений падает [4]. Вследствие этого скорость роста усталостных трещин снижается, причем максимальные ее значения относятся к симметричному циклу. Амплитудные значения напряжений оказывают на скорость роста трещин значительно большее влияние, чем средние, однако при одинаковых амплитудных

напряжениях возрастание средних их значений приводит к увеличению скорости роста трещин [4].

У вершины трещины, сформировавшейся при высоких напряжениях, будет больше объем пластически деформированной зоны, а сама трещина более притуплена. Трещина, выращенная при повышенных напряжениях, может вообще прекратить свое развитие при снижении напряжений, хотя трещины, возникшие при этих напряжениях, развиваются и приводят к разрушению [4].

Установлено, что углепластик (карбон) обладает высоким сопротивлением усталости по сравнению с металлическими материалами, что позволяет эффективно применять его при значительных амплитудах переменных нагрузок [25]. Как указывается в [1], композиционные материалы по отношению к циклически изменяющимся напряжениям, естественно, обладают той же анизотропией, которая проявляется и при обычном нагружении. В тех случаях, когда усталостная трещина развивается поперек арматуры, композиты, как и следовало ожидать, проявляют высокое сопротивление усталости. Так, например, для углепластиков при изгибе $\sigma_{-1} \approx 0,8\sigma_B$. Вообще процесс усталости композиционных материалов имеет весьма сложный характер. Полному разрушению композита предшествует отрыв на границе раздела матрица - волокно, возникновение и развитие трещин в матрице, разрушение волокон, причем последовательность указанных повреждений в зависимости от состава композита и условий испытаний может быть самой разнообразной, [26]. Разница в количестве циклов может быть значительной. Окончательное разрушение композита является результатом всех этих локальных разрушений. При этом следует учитывать также изменение модулей упругости составляющих композита.

В справочнике [27] приведена информация о циклических испытаниях композитных баллонов на основе кевлара. Указывается, что при одинаковой амплитуде нагрузок, долговечность при синусоидальном нагружении больше, нежели при нагружении с горизонтальным участком на верхнем и нижнем участках нагружения. Долговечность зависит не только от количества циклов, но и от времени приложения максимальной нагрузки. Также там отмечается, что влияние масштабного фактора (размера баллонов) мало.

В работе [28] приводится процедура продления срока эксплуатации авиационных баллонов на 30 лет. Испытаниям подвергались 25 типов баллонов различных конструкций, как цилиндрические, так и сферические, как бесшовные, так и сварные, как стальные, так и стальные армированные в одном случае стеклопластом в другом проволокой. Эти баллоны в условиях эксплуатации не подвергаются значительному количеству нагружений. Для каждого типа баллонов циклические испытания проводились на двух баллонах рабочим давлением на базе 10^4 циклов. Баллоны не должны дать течи. При дальнейшем их разрушении статическим давлением, коэффициент запаса их статической прочности не должен существенно отличаться в сравнении с баллонами, которые не подвергались циклическим испытаниям.

Можно встретить специальные очень облегченные композитные баллоны с количеством нагружения 50, 200 циклов.

3. Применение нормального и логарифмически нормального законов распределения для долговечности.

Рассмотрим дискретную случайную величину X , которая задается своей конечной выборкой $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ из n элементов. Независимо от закона распределения этой случайной величины, для нее справедливы приведенные ниже числовые характеристики. Выборочное математическое ожидание или выборочное среднее значение дискретной величины X :

$$M_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1)$$

Выборочное среднее квадратичное (стандартное) отклонение дискретной величины X :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n M_x^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right)}. \quad (2)$$

Выборочное стандартное отклонение, определяемое по формуле (2) является корнем квадратным из несмещенной оценки выборочной дисперсии.

Функция распределения дискретной величины X : $F(x) = P(X < x)$, где $P(X < x)$ - вероятность того, что величина X примет значение, меньшее наперед заданного конкретного числа x . Для любой случайной величины, независимо от того, дискретная она или непрерывная, справедливо: $0 \leq F(x) \leq 1$. Чем больше элементов в выборке, тем приведенные характеристики «надежней» определяют величину X . Если величина X состоит из бесконечного количества элементов, то при $n \Rightarrow \infty$ выборка стремится к генеральной совокупности. Но могут быть и исключения, когда количество элементов величины X конечно, тогда это число и будет являться генеральной совокупностью.

Располагая значениями M_x , σ_x и законом распределения дискретной случайной величины, ее можно заменить на непрерывную случайную величину, обладающую большим функционалом. Полезной функцией присущей только для непрерывных случайных величин является плотность распределения вероятностей: $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$, где $F(x) = P(X < x) = \int_a^x f(x) dx$

- функция распределения для непрерывной величины. Нижнее значение a интервала интегрирования является нижней границей области допустимых значений величины X . В случае нормального распределения $a = -\infty$, для логарифмически нормального распределения, (см. ниже), этой границей является ноль. Площадь под кривой $f(x)$ естественно равна единице. Для дискретных случайных величин не существует функции плотности распределения вероятностей, так как такие случайные величины не являются абсолютно непрерывными функциями. Если $F(x)$ для дискретной величины ступенчатая функция, то для непрерывной она плавная. Математическое ожидание и дисперсия (среднее квадратичное отклонение в квадрате) непрерывной величины определяются следующими

зависимостями: $M_x = \int_a^{\infty} x f(x) dx$, $\sigma_x^2 = \int_a^{\infty} (x - M_x)^2 f(x) dx$. Далее не будем конкретизировать,

дискретная это или непрерывная величина, а будем пользоваться общим математическим аппаратом.

Дополнительные не менее важные числовые характеристики случайной величины X .

Me_X - медиана - значение случайной величины X , для которой значение функции распределения равно 0,5 - значение, разделяющее области с 50 % вероятностью. Количество элементов выборки, для дискретной величины, справа и слева от медианы примерно одинаково.

Mo_X - мода - значение случайной величины X с наибольшей частотой - значение, при котором наблюдается максимум функции плотности распределения вероятностей - $f(x)$.

Коэффициент вариации случайной величины X (относительное стандартное отклонение): $v_X = \sigma_X / M_X$.

Используется условная классификация выборок на основе коэффициента вариации: при $v_X \leq 0,1$ выборка вариабельна слабо, при $0,1 \leq v_X \leq 0,2$ - средне, при $v_X \geq 0,2$ - сильно.

Стоит отметить, что если мы рассматриваем выборку, то значения медианы, моды и коэффициента вариации это будут выборочные значения. Понятно, что чем больше элементов в выборке, или чем ближе выборка к генеральной совокупности, тем эти значения «надежней». На основании выборочных числовых характеристик, полученных при обработке результатов испытаний, привлекая дополнительный математический аппарат, делаются заключения о законе распределения случайной величины. Или какому закону распределения более всего соответствует случайная величина, полученная экспериментальными методами. Для этого требуются большие выборки. После того как мы доказали или догадываемся какому закону распределения соответствует случайная величина, мы можем пользоваться его математическим аппаратом для решения частных задач.

Если случайная величина X при этом распределена по нормальному закону (распределение Гаусса), то ее плотность распределения и функция распределения соответственно равны:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-M_X)^2}{2\sigma_X^2}} = \frac{e^{-t^2}}{\sigma_X \sqrt{2\pi}}, \quad F(x) = \frac{1}{2} \left(1 \mp \operatorname{erf} \left(\frac{|x-M_X|}{\sigma_X \sqrt{2}} \right) \right) = \frac{1}{2} (1 \mp \operatorname{erf}(t)), \quad \text{где минус}$$

берется для значений находящихся слева от математического ожидания, $t = \frac{|x-M_X|}{\sigma_X \sqrt{2}} = \frac{k}{\sqrt{2}}$ -

положительная величина, $k = t\sqrt{2}$ - отклонения от математического ожидания в стандартных отклонениях, а $\operatorname{erf}(t)$ - функция ошибок.

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n t^{2n+1}}{n!(2n+1)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{10} - \frac{t^7}{42} + \frac{t^9}{216} - \dots \right).$$

Также стоит отметить, что: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$.

Для нормального распределения, математическое ожидание, медиана и мода совпадают: $M_X = Me_X = Mo_X$.

При $M_X = 0$ и $\sigma_X = 1$, имеем:

$$f(x)=f(k)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{k^2}{2}} = \frac{e^{-t^2}}{\sqrt{2\pi}}, \quad F(x)=F(k)=\frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{|k|}{\sqrt{2}} \right) \right) = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{erf}(t)), \text{ где } t = \frac{|k|}{\sqrt{2}}.$$

На рисунке 2а приведена правая часть нормализованного нормального распределения, нормального распределения с параметрами $M_X=0$, $\sigma_X=1$. В таком представлении, очевидно, что $x=k$. В таком случае, плотность распределения вероятностей и функция распределения равны:

$$f(k) = \frac{e^{-t^2}}{\sqrt{2\pi}} = \frac{e^{-\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\sqrt{e k k 2\pi}}, \text{ и } F(k) = 0,5(1 - \operatorname{erf}(t)) = 0,5 \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{k}{\sqrt{2}} \right) \right).$$

В приведенном случае, значение функции распределения $F(k)$ равно площади под функцией плотности распределения вероятностей $f(k)$, правее значения k .

Пусть x_i находится слева от $M_X > 0$ на величину $k\sigma_X$, ($k > 0$), т.е. $M_X = x_i + k\sigma_X = x_i + kv_X M_X$. Отсюда имеем: $M_X = x_i / (1 - kv_X)$. При $x_i > 0$, $kv_X < 1$, следовательно $k < 1/v_X$. При $x_i = 0$, имеем $kv_X = 1$, и, следовательно $k = 1/v_X$. По k можно найти значение функции распределения при $x=0$: $F(x=0)$. При $x_i < 0$, $kv_X > 1$, т.е. $k > 1/v_X$. Доля (по отношению к единице) значений $x_i < 0$ в зависимости от коэффициента вариации приведена на рисунке 2б, (см. также рисунки 3а и 3б). Понятно, что при увеличении коэффициента вариации, доля отрицательных значений увеличивается, и поскольку $M_X > 0$, в пределе равна 0,5.

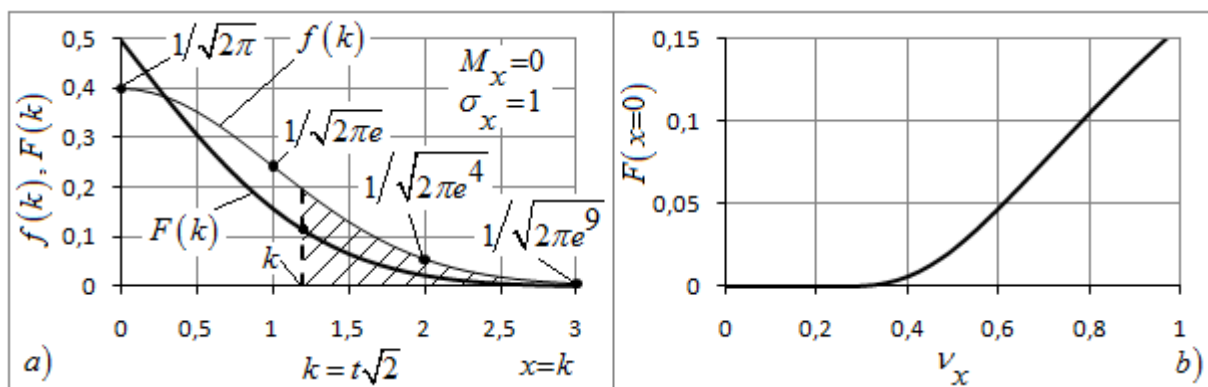


Рисунок 2. Нормализованное нормальное распределение, правая часть - а) и доля (по отношению к единице) отрицательных значений нормально распределенной величины X в зависимости от коэффициента вариации - б).

Для построения плотности и функции распределения величины X распределенной по нормальному закону, а также для проведения разнообразных вычислений, шкалу абсцисс целесообразно представлять в виде $x = M_X \pm k\sigma_X$, ($k > 0$). В таком представлении, числовые значения на оси абсцисс симметричны относительно математического ожидания.

Параметр $k = (x_i - M_x) / \sigma_x$ показывает, на сколько стандартных отклонений значение x_i отстоит от математического ожидания M_x вправо или влево. При $x_i < M_x$, $k < 0$, при $x_i = M_x$, $k = 0$, при $x_i > M_x$, $k > 0$. В случае нормального распределения $F(x) \equiv F(k) \equiv P(X < x)$. Значение k можно представить как результат обратной функции нормального распределения $k = F^{-1}(P(X < x))$. Значения k и $F(k)$ приводятся в таблицах по математической статистике.

Логарифмически нормальным (логнормальным) распределением называется распределение такой строго положительной величины W , ($W > 0$), логарифм которой $U = \ln(W)$ распределен нормально [29]. Значения величины U могут быть как больше, так и меньше нуля. Поэлементно можно представить как $u = \ln(w)$, либо же $w = e^u$, где w элемент множества W , а u элемент множества U . Плотность распределения и функция распределения величины U естественно равны плотности и функции нормального распределения, (см. выше). Логнормальное распределение является более удобным в использовании, чем нормальное.

В случае непрерывного представления, из взаимосвязи величин U и W , и поскольку $\frac{dw}{du} = e^u = w$, имеем $f(w) = \frac{dF(w)}{dw} = \frac{dF(u)}{du} \frac{du}{dw} = f(u) \frac{du}{dw} = f(u) \frac{1}{w}$. Подставляя найденное для плотности распределения в функцию распределения величины W получаем $F(w) = \int_0^w f(w) dw = \int_0^w f(u) \frac{dw}{w} = \int_{-\infty}^u f(u) du = F(u)$. Отсюда видно, что функции распределения величин U и W совпадают.

Математическое ожидание и дисперсию случайной величины (W), подчиняющейся логарифмически нормальному распределению возьмем из учебника [29]:

$$M_w = e^{M_u + \frac{\sigma_u^2}{2}}, \quad \sigma_w^2 = e^{2M_u + \sigma_u^2} \times \left(e^{\sigma_u^2} - 1 \right), \quad \text{где } M_u \text{ и } \sigma_u^2 \text{ математическое ожидание и дисперсия величины } U.$$

Доказывать эти формулы не будем. Отметим только то, что они легко проверяются методом Монте-Карло при количестве элементов, стремящемся к бесконечности.

Разделив σ_w^2 на M_w^2 , получим $\frac{\sigma_w^2}{M_w^2} = \left\{ \nu_w^2 \right\} = e^{\sigma_u^2} - 1$, откуда:

$$\sigma_u = \sqrt{\ln \left(\frac{\sigma_w^2}{M_w^2} + 1 \right)} = \sqrt{\ln(\nu_w^2 + 1)}, \quad (3)$$

где $\nu_w = \sigma_w / M_w$ - коэффициент вариации величины W .

Из выражения для M_w находим $M_u = \ln(M_w) - \frac{\sigma_u^2}{2} = \ln(M_w) - \frac{1}{2} \ln(v_w^2 + 1) = \ln\left(M_w / \sqrt{v_w^2 + 1}\right)$.

Понятно, что $M_u = M_{\ln(w)} \neq \ln(M_w)$ и $\sigma_u = \sigma_{\ln(w)} \neq \ln(\sigma_w)$.

Приведенные зависимости, полученные для непрерывной величины работают и для ограниченного выборочного распределения, при условии, что оно действительно распределено по логнормальному закону. Величина U необходима нам для использования ее функции распределения как для нормального закона, не более того.

Плотность распределения и функция распределения логарифмически нормально распределенной величины W соответственно равны:

$$f(w) = \frac{1}{w\sigma_u\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(w) - M_u)^2}{2\sigma_u^2}} = \frac{e^{-t^2}}{w\sigma_u\sqrt{2\pi}},$$

$$F(w) = \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{|\ln(w) - M_u|}{\sigma_u\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} (1 \mp \operatorname{erf}(t)) = F(u), \quad \text{где минус берется для значений}$$

находящихся слева от математического ожидания логарифма, параметр t см. выше.

Отметим, что: $\lim_{w \rightarrow 0; +\infty} f(w) = 0$; $\lim_{w \rightarrow 0} F(w) = 0$; $\lim_{w \rightarrow +\infty} F(w) = 1$.

Медиана и мода логнормального распределения определяются следующими выражениями: $Me_w = e^{M_u} = M_w / \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{M_w^2} + 1} = M_w / \sqrt{v_w^2 + 1}$, $Mo_w = e^{M_u - \sigma_u^2} = M_w / \sqrt{(v_w^2 + 1)^3}$.

Соблюдается условие: $Mo_w < Me_w < M_w$. Полезно указать, что математическое ожидание логарифма, непосредственным образом переходит в медиану логнормального распределения.

Коэффициент вариации величины $U = \ln(W)$, можно выразить следующим способом:

$$v_u = \frac{\sigma_u}{M_u} = \frac{\sqrt{\ln(v_w^2 + 1)}}{\ln\left(M_w / \sqrt{v_w^2 + 1}\right)} = \frac{\sqrt{\ln(v_w^2 + 1)}}{\ln(Me_w)}.$$

При коэффициенте вариации v_w а, следовательно, и v_u стремящимся к нулю, логнормальное распределение стремится к нормальному, а соответственно, медиана и мода, к математическому ожиданию. Причем стоит отметить что Mo_w , Me_w и M_w отличаются друг от друга тем больше, чем больше коэффициент вариации.

Стоит заметить, что $v_u \ll v_w$, что дает преимущества логарифмически нормальному закону.

Если случайная величина W действительно распределена по логнормальному закону, то для определения всех зависимостей для нее, достаточно оперировать величинами M_w и σ_w . Эти величины можно найти, по результатам циклических испытаний, используя формулы (1, 2). Если же мы предполагаем нормальный закон распределения, в таком случае также

используем формулы (1, 2). Причем все приведенные формулы легко проверяются непосредственным применением метода Монте-Карло.

Для построения плотности и функции распределения величины W распределенной по логнормальному закону, а также для проведения разнообразных вычислений, шкалу абсцисс можно брать как и у величины X , см. выше, но целесообразней ее представлять в виде $w=e^u$, где $u=M_u \pm k\sigma_u$. Расписывая, имеем,

$$w=e^u=e^{M_u \pm k\sigma_u}=e^{M_u} \cdot e^{\pm k\sigma_u}=Me_w \cdot e^{\pm k \cdot \sqrt{\ln(v_w^2+1)}}=Me_w \left(e^{\sqrt{\ln(v_w^2+1)}} \right)^{\pm k}. \quad \text{В таком}$$

представлении, числовые значения для величины U , на оси абсцисс симметричны относительно медианы.

В качестве иллюстрации, на рисунке 3 приведены нормальное и логнормальное распределения при коэффициенте вариации равном 0,5. Математическое ожидание, для примера, принято равным 5700.

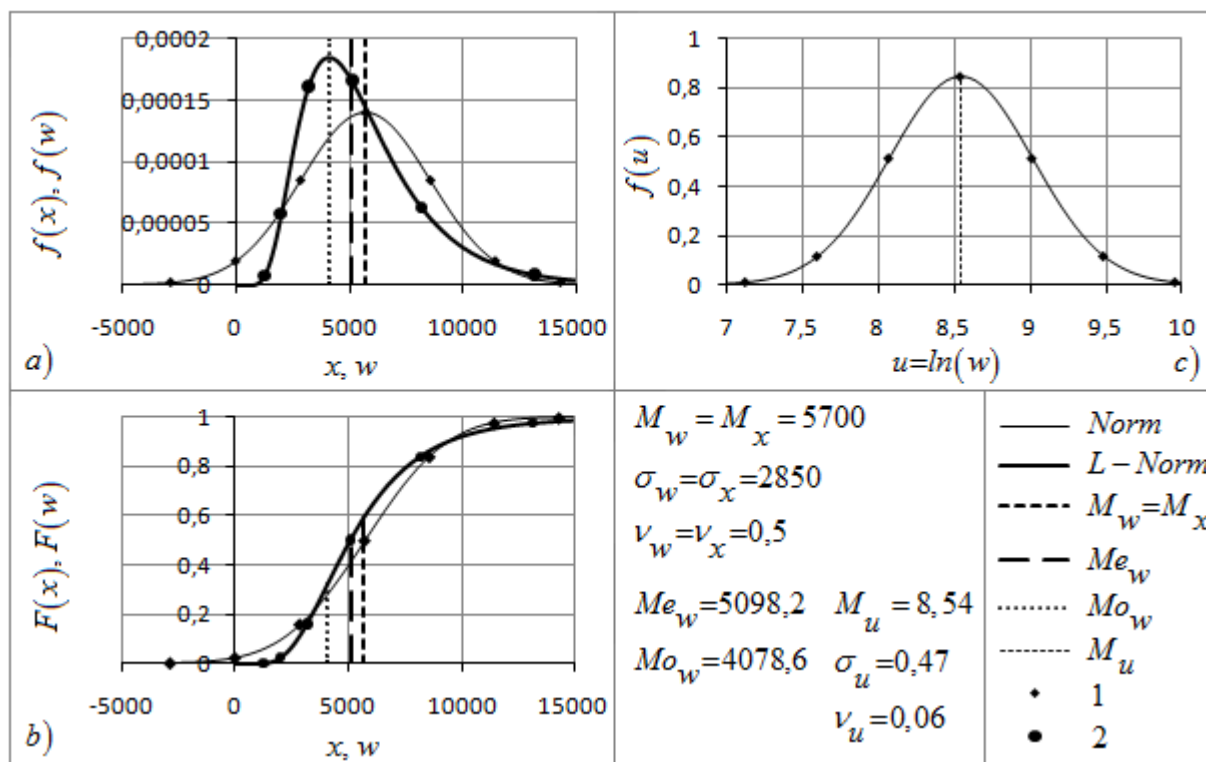


Рисунок 3. Нормальное и логарифмически нормальное распределения при математическом ожидании 5700 и коэффициенте вариации равном 0,5.

Norm - нормальное распределение; *L-Norm* - логнормальное распределение; 1 - для $x=M_x \pm k\sigma_x$, 2 - для $w=e^{M_u \pm k\sigma_u}$, значения для оси абсцисс с отклонениями кратными стандартному отклонению, где $k=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Найдем взаимосвязь между k_u и k_w , для двух представлений параметра k_w .

1. Если принять $k_w = \frac{Me_w - w_i}{\sigma_w}$, и $k_u = \frac{M_u - u_i}{\sigma_u}$ т.е. $w_i = Me_w - k_w \sigma_w = e^{M_u - k_u \sigma_u}$, то можно

показать, что $\frac{M_w}{w_i} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{v_w^2 + 1}} - k_w v_w}$ и $k_u = \frac{-\ln\left(1 - k_w v_w \sqrt{v_w^2 + 1}\right)}{\sqrt{\ln(v_w^2 + 1)}}$.

2. Если принять $k_w = \frac{M_w - w_i}{\sigma_w}$, (k_u без изменений), т.е. $w_i = M_w - k_w \sigma_w = e^{M_u - k_u \sigma_u}$, то

можно показать, что $\frac{M_w}{w_i} = \frac{1}{1 - k_w v_w}$ и $k_u = \frac{-\ln\left((1 - k_w v_w) \sqrt{v_w^2 + 1}\right)}{\sqrt{\ln(v_w^2 + 1)}}$.

Как видно из приведенного, взаимосвязь между k_u и k_w зависит только от коэффициента вариации.

4. Коэффициенты запаса при циклических испытаниях.

При циклических испытаниях баллонов до разрушения имеем, например количество циклов при котором произошло разрушение баллонов - величина N_f . Эта величина является выборкой, элементы которой $n_{f1}, n_{f2}, n_{f3}, \dots, n_{fn}$. Значения математического ожидания M_{nf} и стандартного отклонения σ_{nf} можно непосредственно определить по формулам (1, 2). Если предположить, что величина N_f распределена по логарифмически нормальному закону распределения, тогда $N_f = W$, а $\ln(N_f) = \ln(W) = U$, а если использовать нормальный закон, тогда $N_f = X$. Причем стоит отметить что, в данном случае $M_w = M_x = M_{nf}$, а $\sigma_w = \sigma_x = \sigma_{nf}$. Для логнормального распределения (как делают некоторые авторы) можно было бы непосредственно брать логарифмы от числа циклов до разрушения - величина U . Для них находить математическое ожидание и стандартное отклонение, а затем, уже используя их находить соответствующие параметры для величины $N_f = W$. Но в таком случае найденные математическое ожидание и стандартное отклонение немного бы не совпадали с M_{nf} и σ_{nf} . Эта разница, при условии, что величина N_f действительно распределена по логнормальному закону, при увеличении выборки быстро уменьшается.

Рассмотрим величину N_f с точки зрения логарифмически нормального распределения. Пусть условное количество циклов N отстоит влево от медианы $Me_w = N_{f1/2}$ на величину $k\sigma_w$, т.е. $N = Me_w - k\sigma_w$. После k индекс не пишем, т.к. понятно, о чем идет речь. В качестве текущего коэффициента запаса по долговечности примем отношение $n_N = Me_w / N$.

Далее преобразовывая, и выражая медиану через математическое ожидание, а его в свою очередь через коэффициент вариации, имеем

$$k\sigma_w = Me_w - N = Me_w \left(1 - \frac{1}{n_N}\right) = \frac{\sigma_w}{\nu_w \sqrt{\nu_w^2 + 1}} \left(1 - \frac{1}{n_N}\right). \text{ Отсюда } k = \frac{1}{\nu_w \sqrt{\nu_w^2 + 1}} \left(1 - \frac{1}{n_N}\right).$$

Зависимости k от n_N для коэффициентов вариации 0,2, 0,3, 0,4, 0,5 приведены сплошными жирными на рисунке 4а.

Текущий коэффициент запаса по долговечности также можно переписать следующим

$$\text{образом } n_N = \frac{Me_w}{N} = \frac{M_w}{N \sqrt{\nu_w^2 + 1}} = \frac{\sigma_w}{N \nu_w \sqrt{\nu_w^2 + 1}}.$$

Если в качестве $k\sigma_w$ представить расстояние от N до математического ожидания M_w , естественно сохраняя коэффициентом запаса выражение $n_N = Me_w / N$, то

$$k = \frac{1}{\nu_w} \left(1 - \frac{1}{n_N \sqrt{\nu_w^2 + 1}}\right). \text{ См. рисунок 4а, жирные пунктирные. Численно этот коэффициент}$$

совпадает с k для нормального распределения. Связано это с тем, что коэффициент запаса для логнормального распределения берется относительно медианы, а для нормального - относительно математического ожидания $n_N = M_x / N$. А в нашем построении, и именно в данном случае, математические ожидания двух распределений совпадают $M_x = M_w$.

Для случая же нормального распределения, поскольку $M_x = Me_x = Mo_x = N f_{1/2}$, нетрудно

$$\text{показать что } k = \frac{1}{\nu_x} \left(1 - \frac{1}{n_N}\right). \text{ См. рисунок 4а, тонкие пунктирные.}$$

Если в качестве N взять максимально-допустимое число циклов $[N]$, то k и n_N , перейдут в $\bar{k}$ и $\bar{n}_N$ соответственно. Зависимости между n_N и k для нормального и логнормального распределений, при различных коэффициентах вариации, приведены на рисунке 4а. При $n_N = 1$, для нормального распределения и для логнормального относительно медианы, $k = 0$, а для логнормального относительно математического ожидания, k близко к нулю. На рисунке 4б приведены вероятности (значения функции распределения) в зависимости от n_N , того, что N_f может оказаться меньше N : $P(N_f < N)$. При $n_N = 1$, $P(N_f < N) = 0,5$. На рисунке 4б указаны условные пороговые значения 3 и 5 %, а на рисунке 4а значения обратной функции нормального распределения от 0,03 (3 %) и 0,05 (5 %) соответственно.

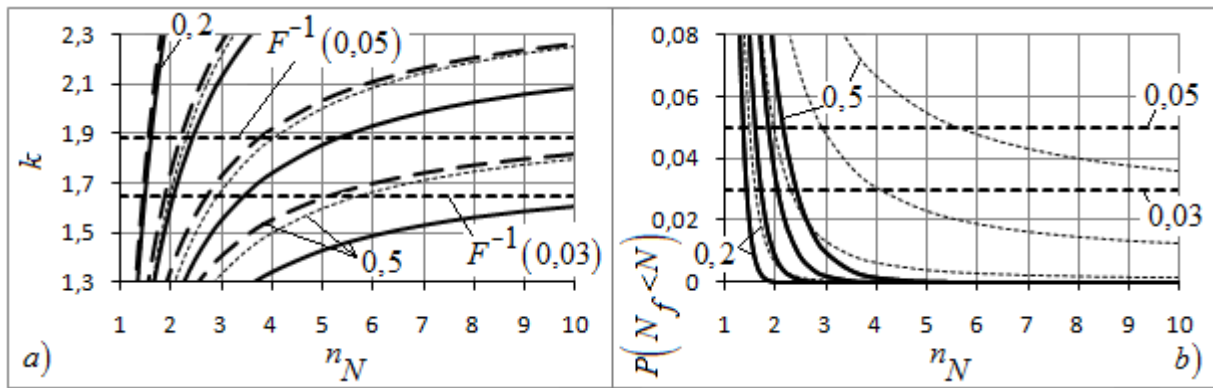


Рисунок 4. Зависимости для нормального и логарифмически нормального распределений, при коэффициентах вариации 0,2, 0,3, 0,4, 0,5.

Жирными линиями для логнормального, тонкими - для нормального распределений. Пояснения к рисунку см. по тексту.

Из рисунка 4б становится очевидным, что в случае уверенности того, что распределение долговечности подчиняется логнормальному закону распределения, то коэффициенты запаса по долговечности можно брать меньшими, чем в случае нормального распределения.

Пусть мы провели испытания без разрушения $N_t > [N]$ количеством циклов, отстоящих влево от медианы на величину $k\sigma_w$, т.е. $N_{f1/2} = Me_w = N_t + k\sigma_w = N_t + k\nu_w M_w$, или тоже самое

$$N_t = Me_w - k\nu_w M_w = Me_w \left(1 - k\nu_w \sqrt{\nu_w^2 + 1} \right). \quad \text{Тестовый} \quad (\text{экспериментально}$$

подтвержденный) коэффициент запаса по долговечности равен $n_N^* = N_t / [N]$, а нормативный, соответственно $\bar{n}_N = N_{f1/2} / [N]$. Объединяя текущий и нормативный коэффициенты запаса по долговечности получаем

$$\frac{N_t}{n_N^*} = \frac{N_{f1/2}}{\bar{n}_N} = [N], \text{ или } n_N^* = \bar{n}_N \frac{N_t}{N_{f1/2}}. \text{ Коэффициент } n_N^* \text{ лежит}$$

в интервале $1 \dots \bar{n}_N$.
$$\begin{cases} N_t = N_{f1/2} \Rightarrow n_N^* = \bar{n}_N \\ N_t = [N] \Rightarrow n_N^* = 1 \end{cases}$$
 Также полезным будет выражение

$n_N^* = \bar{n}_N \left(1 - k\nu_w \sqrt{\nu_w^2 + 1} \right)$. Для нормального же распределения $n_N^* = \bar{n}_N (1 - k\nu_x)$, где k естественно, для нормального распределения.

5. Оценка вероятности разрушения баллонов по результатам испытаний их опытных образцов без разрушения.

Задача про миллион баллонов.

Пусть мы условно, в качестве примера, имеем один миллион баллонов, каждый из которых в процессе эксплуатации будет заправляться 10 раз рабочим давлением - небольшое количество циклов нагружения. Нам нужно провести экспериментальный экспресс-анализ с некой гарантией того, что у нас все баллоны выдержат эксплуатационное количество нагружений (10 раз). Про баллоны нам ничего неизвестно, не материал, не предельные

давления, не геометрия, не механические свойства, не коэффициенты концентрации напряжений в наиболее опасных местах, не распределение циклической (усталостной) долговечности, словом ничего. Известно только то, что баллоны принадлежат одному типу, а еще лучше, одной партии производства. Баллоны прошли неразрушающий контроль, и предварительные нагружения пробным давлением, которое на некоторую величину превышает рабочее. Циклические нагружения выбранных наугад экспериментальных баллонов будем производить пробным давлением. При испытаниях баллоны не должны «разрушиться». Сначала нагрузим один баллон 10-ю циклами давления. Результат особо ни о чем не говорит. Если мы ему дадим пятикратный запас, т.е. 50 циклов, и он не разрушится, то какая-то незначительная доля вероятности, что наши миллион баллонов выдержат по 10 циклов, имеется. Если же мы 50-ю циклами давления нагрузим 2 баллона, и они не разрушатся, то вероятность будет немного выше, чем при нагружении одного баллона. Представим наш мысленный эксперимент в виде ряда из элементов (количество баллонов - количество циклов их нагружения): 1 - 10; 1 - 50; 2 - 50; 2 - 100; 3 - 100; 4 - 100, и т.п. Интуитивно понятно, что чем больше баллонов задействовано в испытаниях, и чем больше количество их нагружений пробным давлением, тем больше вероятность того, что наши миллион баллонов выдержат по 10 циклов рабочим давлением.

Также интуитивно понятно, чтобы повысить эту вероятность, нужно либо увеличивать количество баллонов в испытаниях, либо увеличивать количество циклов их нагружения.

Вопрос заключается в том, чтобы оценивать эти вероятности.

Не маловажным является вопрос и выбора баллонов для циклических испытаний. Выбор наугад не является оптимальным. Если уж мы и проводим циклические испытания, то для них лучше выбирать худшие из признанных годными баллоны. Такими баллонами могут служить те, у которых:

- большой коэффициент остаточного расширения при пробном нагружении давлением после производства, или
- большее упругое расширение, (если остаточное неизвестно), или
- большее отношение объема к весу (если остаточное и упругое расширения неизвестны), или
- имеются некие различные, но допустимые дефекты.

Предположим, что мы испытали n_c баллонов, тестовым $N_t > [N]$ количеством циклов нагружения без разрушения, (ни один из баллонов не «разрушился»). Далее такой случай, при котором мы не получили разрушения при циклических испытаниях, будь то разрыв или свищ, будем называть «удачное» испытание. В качестве удачного испытания может быть заложен и другой какой-нибудь критерий. Для композитных баллонов им может служить, например некритическое разрушение волокон, не отслаивание наружного защитного покрытия и т.п. Если при нагружении n_c+1 баллона произойдет его разрушение при количестве циклов равным, или меньшим чем N_t , то доля, припадающая на этот результат составит $1/(n_c+1)$. При росте n_c эта доля уменьшается. Это число можно приравнять к вероятности $P_{(-)}$ того что этот последующий баллон не выдержит N_t циклов, при условии, что все предыдущие выдержали испытания, т.е.:

$$P_{(-)} = F(N_t) = 1/(n_c+1). \quad (4)$$

Естественно что вероятность $P_{(+)}$ того что n_c+1 баллон выдержит N_t циклов равна $P_{(+)}=1-F(N_t)=n_c/(n_c+1)$. В сумме эти две вероятности дают единицу. Стоит отметить, что если $n_c=1$ (испытали один баллон), то вероятность того что следующий баллон выдержит испытания, равна 50 %. Значения вероятности разрушения и не разрушения, в зависимости от количества испытанных баллонов приведены на рисунке 5а. На рисунке 5b приведено значение параметра $|k|$, (понятно, что k отрицательная величина), как результат обратной функции нормального распределения от значений $P_{(-)}$, $P_{(+)}$, которые между собой симметричны.

Следует отметить, что под баллонами можно подразумевать и некие другие полномасштабные образцы или элементы чего либо.

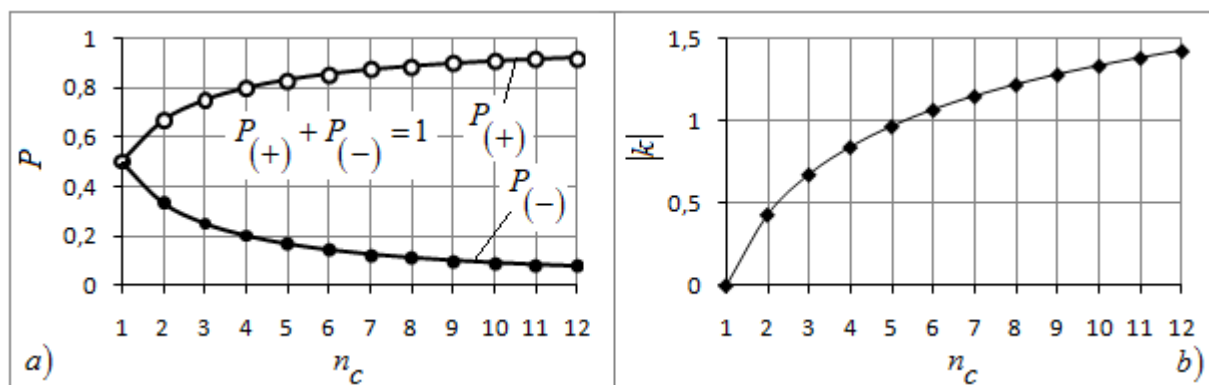


Рисунок 5. Вероятности разрушения и не разрушения и значения обратной функции нормального распределения в зависимости от количества испытанных баллонов.

a - вероятности разрушения $P_{(-)}$ и не разрушения $P_{(+)}$; *b* - значение параметра $|k|$ как результат обратной функции нормального распределения.

Не имея фактических значений N_f , можно догадаться, что при увеличении n_c , условная медиана $N_{f1/2}$, для которой вероятность разрушения равна 50 %, как бы смещается вправо относительно N_t , см. рисунок 6. При испытании всего лишь одного баллона, N_t и $N_{f1/2}$ совпадают. Точками на рисунке 6 указаны значения при испытании 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 100 баллонов, (справа налево).

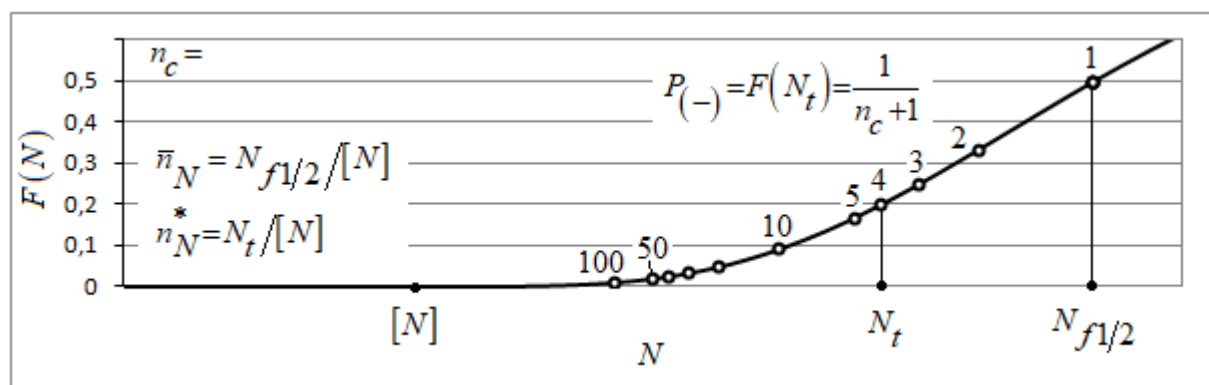


Рисунок 6. К идее циклических испытаний баллонов без разрушения.

Располагая значениями N_t и n_c , определяем вероятность разрушения, (см. выше), для этих значений - эта же вероятность является значением функции распределения. Далее находим значение k , как обратное значение функции нормального распределения. Чтобы не путаться в знаках, значение k используем по модулю. Задавая коэффициентом вариации ν_w , по формуле (3) находим σ_u . Затем вычисляем $M_u = \ln(N_t) + k\sigma_u$ и $Me_w = e^{M_u}$. Задавая значением $\bar{n}_N$, определяем $[N] = Me_w / \bar{n}_N$ и $n_N^* = N_t / [N]$.

Для некоего значения количества циклов N , где $0 \leq N \leq N_t$, (в качестве N может выступать и $[N]$) можно получить вероятность разрушения при этом количестве циклов

$$P_{(-)N} = F(k) = F\left(-\frac{M_u - \ln(N)}{\sigma_u}\right). \text{ Расписывая это выражение более подробно, получаем}$$

$$P_{(-)N} = F(k) = F\left(-\left(\ln\left(\frac{N_t}{N}\right) - \left(F^{-1}\left(\frac{1}{n_c + 1}\right)\right) \times \sqrt{\ln(\nu_w^2 + 1)}\right) / \sqrt{\ln(\nu_w^2 + 1)}\right).$$

Поскольку мы договорились, что параметр k положительный, то при непосредственном вычислении функции $F(k)$, перед k ставим знак минус. Если $N = [N]$, то $P_{(-)N} = P_{(-)}[N]$.

Вводя замену в соответствии с формулой (3): $\sigma_u = \sqrt{\ln(\nu_w^2 + 1)}$, получаем зависимости

$$N_t = N \cdot \exp\left(\left(F^{-1}\left(\frac{1}{n_c + 1}\right) - F^{-1}(P_{(-)N})\right)\sigma_u\right), \text{ и } n_c = \frac{1}{F\left(\frac{1}{\sigma_u} \ln\left(\frac{N_t}{N}\right) + F^{-1}(P_{(-)N})\right)} - 1.$$

Из которых, задавая вероятностью разрушения при некотором количестве циклов, например при $[N]$, можно получить:

из первой - тестовое количество циклов нагружения N_t , при определенном количестве испытываемых баллонов n_c .

из второй - количество баллонов n_c , которые необходимо подвергнуть испытаниям заданным тестовым количеством циклов N_t .

На рисунке 7, для логнормального распределения, (в качестве N взято $[N]$), приведены зависимости между $n_N^* = N_t / [N]$ и n_c для различных вероятностей разрушения $P_{(-)}[N]$, при коэффициентах вариации 0,2 и 0,5.

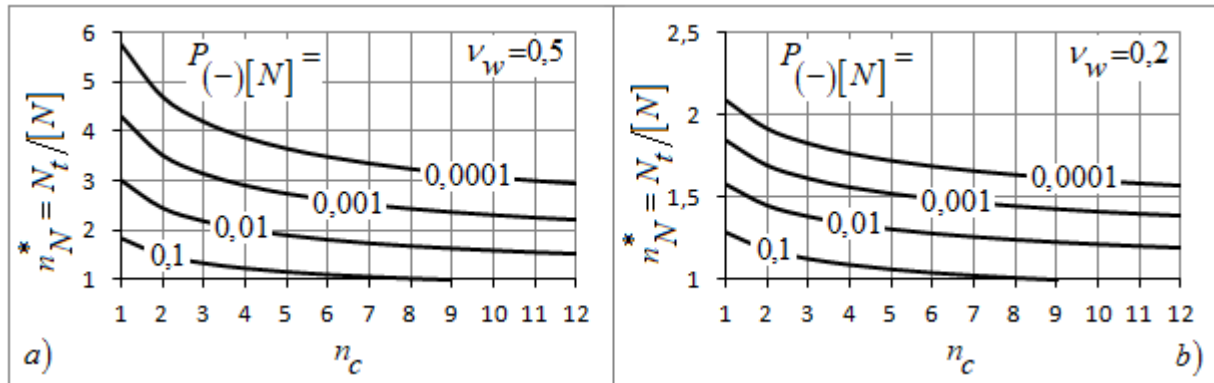


Рисунок 7. Зависимости между тестовым коэффициентом запаса по долговечности $n_N^* = N_t/[N]$ и количеством баллонов подвергающихся испытаниям n_c , в зависимости от вероятности разрушения $P_{(-)}[N]$, для коэффициентов вариации 0,5 - а) и 0,2 - б).

Следует отметить, что $n_N^* = N_t/[N]$ может быть и меньше 1. Это возникает в тех случаях, когда задаваемая вероятность $P_{(-)}[N]$, будет больше $P_{(-)} = F(N_t) = 1/(n_c + 1)$.

В случае нормального распределения, легко показать, что $M_X = N_t/(1 - k\nu_X)$, (здесь параметр k соответственно для N_t), и $[N] = M_X/\bar{n}_N$. Для N соответственно (параметр k соответственно для N), получаем $P_{(-)N} = F(k) = F\left(-\frac{M_X - N}{M_X \nu_X}\right) = F\left(\frac{N}{M_X \nu_X} - \frac{1}{\nu_X}\right)$, или $P_{(-)N} = F(k) = F\left(-\frac{1}{\nu_X} - \frac{N}{N_t} \left(F^{-1}\left(\frac{1}{n_c + 1}\right) + \frac{1}{\nu_X} \right) \right)$. Необходимо отметить, что использовать нормальное распределение следует только в тех случаях, когда $k\nu_X < 1$.

Аналогично для нормального распределения можно получить $N_t = N \frac{F^{-1}\left(\frac{1}{n_c + 1}\right) + \frac{1}{\nu_X}}{\frac{1}{\nu_X} + F^{-1}\left(P_{(-)N}\right)}$, и

$$n_c = \frac{1}{F\left(\frac{N_t}{N} \left(\frac{1}{\nu_X} + F^{-1}\left(P_{(-)N}\right) \right) - \frac{1}{\nu_X} \right)} - 1. \text{ Стоит отметить, что при непосредственном}$$

вычислении $F^{-1}\left(P_{(-)N}\right) = k$ отрицательная величина, и по модулю она должна быть меньше $1/\nu_X$. Нормальный закон дает «красивые» результаты только при малых значениях коэффициента вариации.

В принципе, как прикидочный вариант, можно использовать и линейную зависимость для вероятности, см. прямую CB на рисунке 8а. В таком случае для числа циклов N имеем

$P_{(-)}N = \frac{N}{N_t(n_c+1)}$. Функция плотности распределения вероятностей по линейному закону

будет представлять из себя прямую, параллельную оси абсцисс, см. прямую (b) на рисунке 8b.

На рисунке 8 представлен гипотетический случай, когда испытаниям на $N_t=600$ циклов подверглись $n_c=3$ баллона, коэффициент вариации принят равным $\nu_w=\nu_x=0,5$. Значение функции распределения для 3-х баллонов в соответствии с формулой (4) равно $F(600)=1/(3+1)=0,25$. Площади под функциями плотности распределения для нормального и логнормального распределений левее $N_t=600$ циклов, см. прямую (a) на рисунке 8b, одинаковые. Эти площади также равны площади прямоугольника ограниченного осями координат и прямыми (a) и (b).

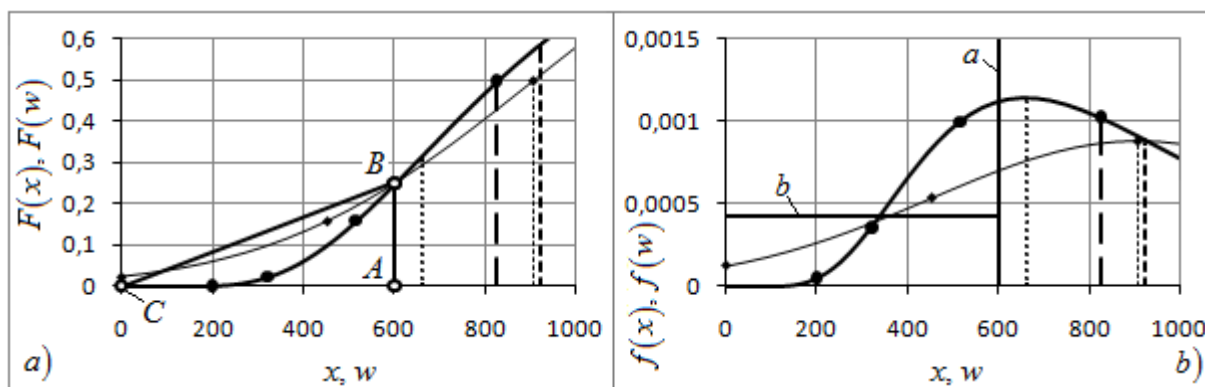


Рисунок 8. Распределения при испытании трех баллонов 600 циклами нагружения при коэффициенте вариации равном 0,5.

$N_t=600$, $n_c=3$, $\nu_w=\nu_x=0,5$. Обозначения приняты, так, как и на рисунке 3.

В данной постановке, для нормального и логнормального законов, совпадают только значения функций распределения при значении N_t , математические же ожидания и стандартные отклонения естественно тут не совпадают. При увеличении количества «удачно» испытанных баллонов n_c , условная медиана будет смещаться вправо от значения N_t . И эти смещения будут большими для больших коэффициентов вариации.

При проектировании испытаний на ограниченное количество циклов, может возникать технико-экономический вопрос. Что целесообразней, нагрузить большее количество баллонов меньшим количеством циклов или наоборот, меньшее количество баллонов большим количеством циклов. Этот вопрос связан со стоимостью баллонов, которые после испытаний нельзя уже будет использовать, и ресурсом испытательного оборудования, тем более, если речь идет о высоких давлениях. Немаловажным фактором может оказаться еще и время, которое необходимо затратить на циклические нагружения.

При количестве циклов нагружения N меньших чем N_t , понятно, что вероятность разрушения будет меньше чем определяемая по формуле (4). На рисунке 9а приведены зависимости вероятности разрушения от количества циклов нагружения. В качестве

иллюстрации, зависимости приведены для случаев, когда «удачным» испытаниям на $N_t=1200$ циклов подверглись 1, 2, 3 и 10 баллонов. Коэффициент вариации принят равным 0,5. Значения при $N=N_t=1200$ соответствуют формуле (4). Абсциссы данных кривых в отличие от ординат, между собой пропорциональны. Умножая, например, количество циклов для кривой $n_c=3$ на коэффициент $872,58.../1200$, что соответствует $0,72715...$, она совпадет с кривой для $n_c=1$. Принимая медиану, т.е. значение N_t для $n_c=1$, за 100 %, получаем, что в случае испытания трех баллонов, для получения тех же вероятностей разрушения при небольших количествах циклов, нам достаточно нагрузить их 72,715 % циклов. Обозначим этот процент через $(N, \%)$. На рисунке 9b приведены вероятности разрушения в зависимости от количества циклов нагружения взятого в процентах от медианы. Зависимости приведены для логнормального и нормального законов распределения при коэффициентах вариации 0,2 и 0,5. Точками указаны значения при испытании баллонов 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 100, (сверху, вниз). Сопоставляя между собой n_c и $(N, \%)$, для логнормального и нормального распределений, при различных коэффициентах вариации, получаем точно такие же зависимости, как и на рисунке 11a, но при этом, чтобы получить $(N, \%)$, значения на шкале n_N^* нужно умножить на 10.

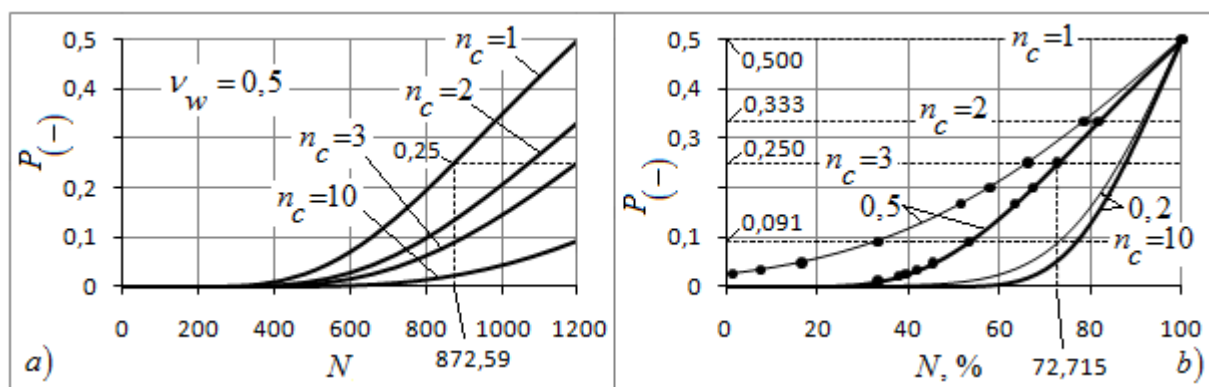


Рисунок 9. Вероятности разрушения в зависимости от количества циклов нагружения.

a - для логнормального распределения при коэффициенте вариации равном 0,5;

b - для логнормального, жирными и нормального, тонкими линиями, распределений. Для коэффициентов вариации 0,5 и 0,2.

На рисунке 10 приведены вероятности разрушения баллонов в зависимости от количества циклов их нагружения. Распределения построены при «удачном» испытании трех баллонов 12000 циклами, как рекомендуется по многим НД.

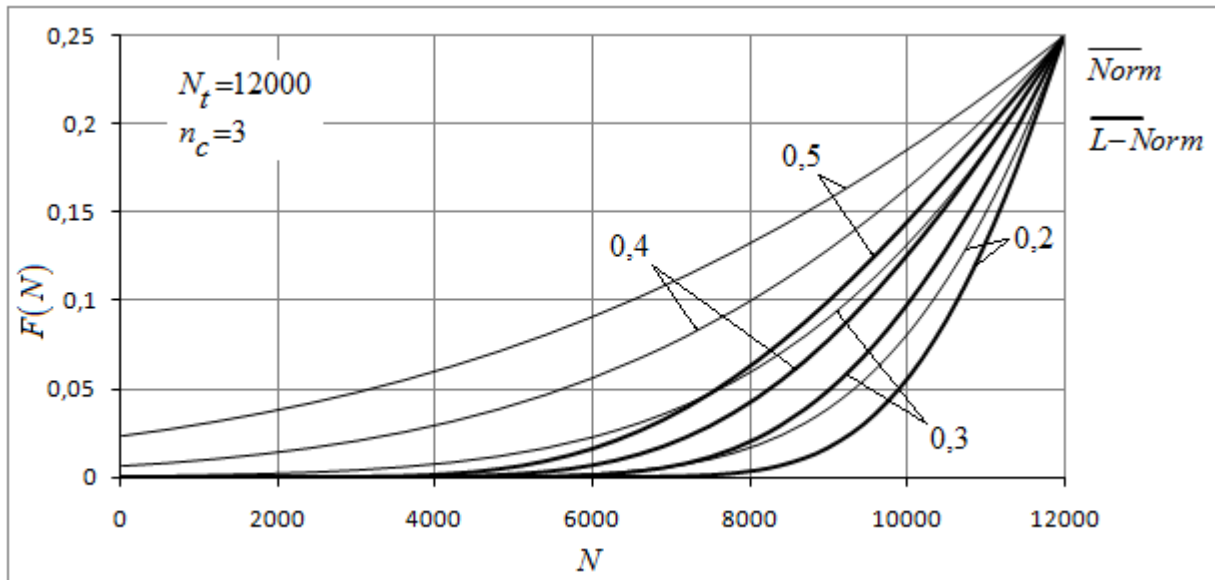


Рисунок 10. Вероятности разрушения для нормального и логнормального распределений в зависимости от количества циклов нагружения, для коэффициентов вариации 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, при испытании 3-х баллонов 12000 циклами.

Norm - нормальное распределение; *L-Norm* - логнормальное распределение.

Согласно нашей модели, при «удачном» испытании одного баллона, мы закладываем десятикратный запас по долговечности $n_N^* = \bar{n}_N = 10$, (в принципе может быть и какое-то другое значение). При увеличении количества «удачно» испытанных баллонов, этот коэффициент (n_N^*) очевидно можно понижать. Стоит отметить, что не один из испытуемых баллонов не должен «разрушиться» при количестве циклов равном N_t . В противном случае нужно использовать другие подходы, например в качестве N_t брать меньшее значение.

Тестовый коэффициент запаса по долговечности, для логнормального распределения, можно переписать следующим образом

$$n_N^* = \frac{N_t}{[N]} = \frac{N_t \bar{n}_N}{Me_w} = \frac{N_t \bar{n}_N}{e^{\ln(N_t) + k\sigma_u}} = \frac{\bar{n}_N}{e^{k\sigma_u}} = \frac{\bar{n}_N}{e^{k \cdot \sqrt{\ln(v_w^2 + 1)}}}.$$

Зависимости тестового коэффициента запаса по долговечности, при нормативном, равным 10, в зависимости от количества испытанных баллонов для коэффициентов вариации 0,2, 0,3, 0,4, 0,5 приведены на рисунке 11а жирными линиями. Например, если испытаниям подвергаются 6 баллонов, и мы используем логнормальное распределение, то при коэффициенте вариации равном 0,2 достаточно нагрузить баллоны с восьмикратным запасом n_N^* . При коэффициенте вариации 0,5 достаточно иметь шестикратный запас по долговечности. Тут нет парадокса, поскольку при коэффициенте вариации 0,5, медиана будет отстоять дальше от значения N_t , чем при коэффициенте 0,2. При использовании нормального закона распределения значения необходимых запасов будут еще ниже.

При увеличении количества испытуемых баллонов, (речь идет об «удачных» испытаниях), расчетный тестовый коэффициент запаса по долговечности будет уменьшаться.

Но это уменьшение будет происходить с замедлением. При некотором количестве баллонов он может достигнуть единицы. Оценим это количество.

Приравняем n_N^* к единице, следовательно $e^{k \cdot \sqrt{\ln(v_w^2 + 1)}} = \bar{n}_N$. Отсюда $k = \frac{\ln(\bar{n}_N)}{\sqrt{\ln(v_w^2 + 1)}}$. По k

находим значение функции нормального распределения - вероятность разрушения $P_{(-)}$ и в

итоге, из формулы (4), количество баллонов $n_c = \frac{1}{P_{(-)}} - 1$. Результаты приведены на рисунке

11b жирной линией.

В случае использования нормального распределения $M_x = N_t + k\sigma_x = N_t + kv_x M_x$. Отсюда

$M_x = N_t / (1 - kv_x)$. Далее $[N] = M_x / \bar{n}_N$, и $n_N^* = \frac{N_t}{[N]} = \bar{n}_N (1 - kv_x)$, см. рисунок 11a тонкие

пунктирные линии.

Приравняем n_N^* к единице, следовательно $N_t = [N] = \frac{M_x}{\bar{n}_N} = \frac{N_t}{\bar{n}_N (1 - kv_x)}$, отсюда $\bar{n}_N (1 - kv_x) = 1$,

и в итоге $k = \left(1 - \frac{1}{\bar{n}_N}\right) / v_x$. По значению k выходим на n_c , (см. выше), а результаты см. на рисунке 11b тонкой пунктирной линией.

Стоит отметить, что в такой постановке вопроса, при $\bar{n}_N = 10$, количество баллонов получается неимоверно большим. При уменьшении значения $\bar{n}_N$, количество баллонов также уменьшается.

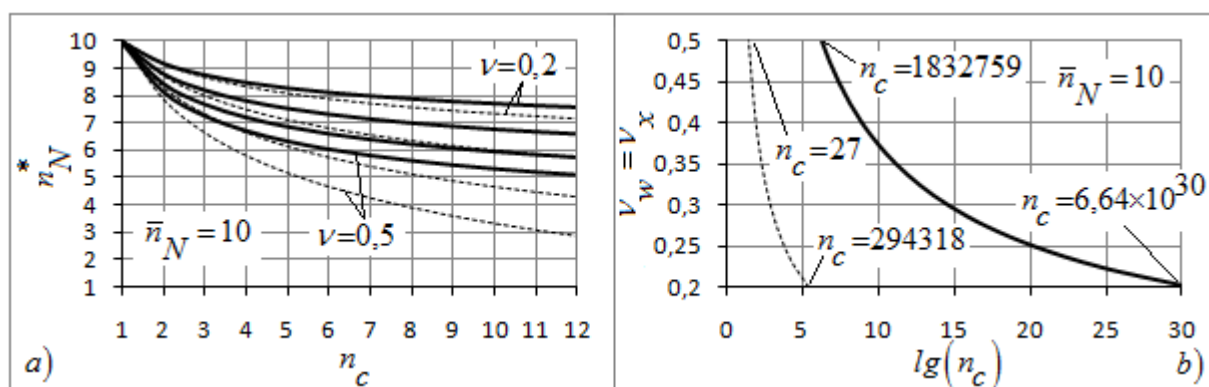


Рисунок 11. Тестовый коэффициент запаса по долговечности при нормативном равным 10, в зависимости от количества испытанных баллонов при коэффициентах вариации 0,2, 0,3, 0,4, 0,5.

Жирными сплошными линиями для логнормального, тонкими пунктирными - для нормального распределений.

Вероятность того, что из n случайных чисел все одновременно окажутся больше или меньше медианы, равна $0,5^n$. С увеличением n , эта вероятность уменьшается. Для $n = [1, 2, 3, 4, 5]$, эти вероятности соответственно составят: 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625; 0,03125.

Например, мы испытали 3 баллона некоторым количеством циклов, и они не разрушились. Вероятность того что это количество циклов больше медианы составляет 12,5 %, для 5-ти баллонов соответственно 3,125 %.

Вероятность того, что из n случайных чисел все они одновременно окажутся меньше некоторого числа x , равна $(F(x))^n$, а вероятность того что все они окажутся больше x , равна $(1-F(x))^n$. Функцию $F(x)$, для упрощения, можно заменить на $F(k)$, где $k = (x - M_x) / \sigma_x$. В качестве x может выступать, например число циклов до разрушения, в случае нормального распределения, либо натуральный логарифм от числа циклов до разрушения в случае логарифмически нормального распределения. В качестве же M_x и σ_x - математическое ожидание, и стандартное отклонение числа циклов до разрушения, либо логарифма числа циклов до разрушения. Построения справедливы для нормального распределения, справедливы и для логарифмически нормального распределения, но только для логарифма от числа циклов до разрушения. Функции $(F(k))^n$ и $(1-F(k))^n$ в случае нормального распределения, для $n=[1, 2, 3, 200]$ приведены на рисунке 12, они симметричны.

Данные положения, для нормального и логарифмически нормального распределений, легко проверяются методом Монте-Карло.

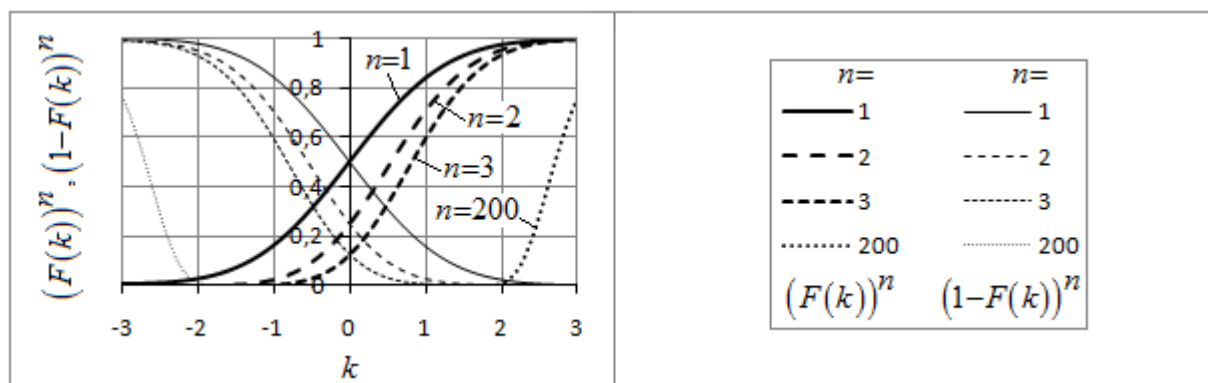


Рисунок 12. Функции $(F(k))^n$ и $(1-F(k))^n$ в случае нормального распределения, для $n=[1, 2, 3, 200]$.

Для функций $(F(k))^n$ - жирными линиями, указано количество образцов.

В случае испытания одного образца $n=1$, понятно, что функция $(F(k))^n$ совпадает функцией распределения $F(k)$, а $(1-F(k))^n$ равна $1-F(k)$. В сумме эти функции, для $n=1$, дают единицу.

Предположим, что мы испытали $n_c=3$ образцов баллонов, N_t количеством циклов нагружения без разрушения, (ни один из баллонов не «разрушился» - «удачные» испытания). При этом мы ничего не знаем о реальном распределении количества циклов до разрушения.

Если предположить что при наших N_t циклов мы находимся в зоне медианы реального распределения, то такая вероятность равна $(1-F(N_t))^3 = (1-0,5)^3 = 0,5^3 = 0,125$, см. рисунок 12, кривая 3 - тонкой линией. Вероятность того, что они все три уже должны «разрушиться», тоже равна 0,125, кривая 3 - жирной линией. Если же предположить, что каким-то чудом мы оказались, например, в зоне математического ожидания плюс 1 стандартное отклонение, не получив ни одного разрушения, то такая вероятность вообще окажется очень низкой $(1-F(N_t))^3 = (1-0,841345)^3 = 0,158655^3 = 0,003994$. Причем вероятность того что они все три уже должны быть разрушены равна $(F(N_t))^3 = 0,841345^3 = 0,595555$.

Очевидно, что в нашем случае, для вероятности того, что n_c+1 баллон не выдержит N_t циклов $F(N_t) = P_{(-)} = 1/(n_c+1)$, см. формулу (4), а $k = -F^{-1}(P_{(-)})$. Отсюда имеем $k = -F^{-1}(1/(n_c+1))$. Зависимость $k = -F^{-1}(P_{(-)})$, где $P_{(-)} = 1/(n_c+1)$ приведена на рисунке 13а. Когда мы рассматриваем $P_{(-)}$, мы находимся слева от медианы, в таком случае, значение k отрицательно либо равно нулю, но в целях удобства мы его берем по модулю, но подразумевая о чем идет речь. Понятно, что для нормального и логарифмически нормального распределений число циклов соответствующее одному k , не совпадают.

Вероятность того, что все n_c результатов испытаний баллонов окажутся меньше, либо больше некоторого числа N_t , в зависимости от вероятности разрушения $P_{(-)}$ для n_c+1 баллонов, в случае нормального распределения, приведена на рисунке 13b. Во избежание путаницы следует иметь в виду, что $F(N_t) \equiv F(k) \equiv P_{(-)}$.

На рисунке 13 точками указаны значения при испытании 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 100 баллонов (отсчет справа налево).

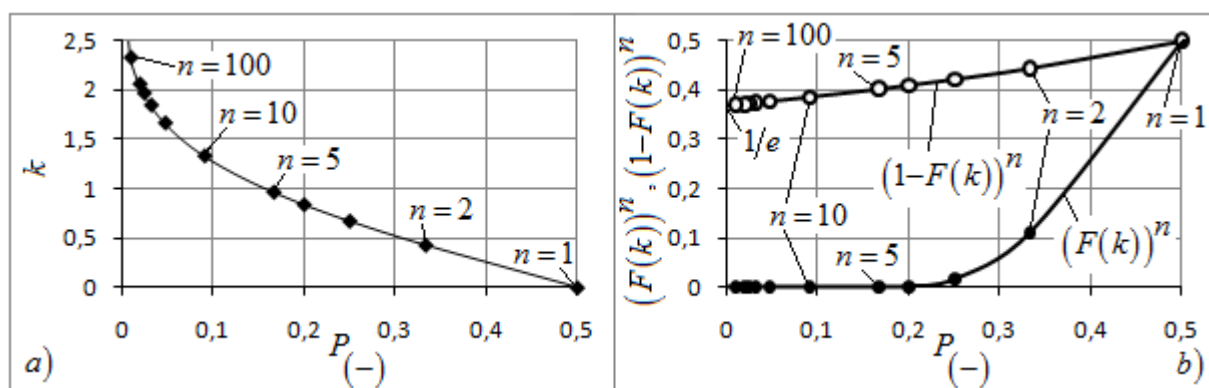


Рисунок 13. Зависимости для случая нормального распределения.

a - зависимость $k = -F^{-1}(P_{(-)})$, где $P_{(-)} = 1/(n_c+1)$; b - функции $(F(k))^n$ и $(1-F(k))^n$ в зависимости от $P_{(-)}$.

Вероятность того, что $n_c + 1$ баллон выдержит N_t циклов можно расписать следующим образом $P_{(+)}^{n_c} / (n_c + 1) = 1 - P_{(-)} = 1 - F(N_t)$. Интересно отметить, что

$$\lim_{n_c \rightarrow \infty} \left(P_{(+)} \right)^{n_c} = \lim_{n_c \rightarrow \infty} \left(1 - P_{(-)} \right)^{n_c} = \lim_{n_c \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n_c + 1} \right)^{n_c} = \lim_{n_c \rightarrow \infty} \left(\frac{n_c}{n_c + 1} \right)^{n_c} = \frac{1}{e} = 0,367879\dots, \quad \text{и}$$

$$\lim_{n_c \rightarrow \infty} \left(P_{(-)} \right)^{n_c} = \lim_{n_c \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n_c + 1} \right)^{n_c} = 0.$$

При циклических же испытаниях объектов до разрушения, получаем некую дискретную величину (N_f), элементы которой это циклы нагружения (n_f) приведшие к разрушению объектов испытания. (Разрушение одного объекта испытаний - один элемент n_f множества N_f). Предполагая нормальный закон ее распределения, обозначим ее за X ($X \equiv N_f$) с параметрами M_X , σ_X , определяемых по формулам (1, 2). Предполагая же логнормальный закон, обозначим ее за W ($W \equiv N_f$) с параметрами M_W и σ_W также определяемых по формулам (1, 2). Затем по величинам M_W , σ_W определяем M_U и σ_U величины U , которая распределена нормально.

6. Распределение для минимальных значений, масштабный фактор.

Допустим мы имеем некую непрерывную случайную величину X , генеральную совокупность, которая описывается параметрами M_X , σ_X , и имеет нормальное распределение с функцией распределения $F(x)$ и плотностью распределения вероятностей $f(x)$. Будем из этой генеральной совокупности каждый раз брать дискретные выборки по n элементов. Количество выборок по n элементов достаточно велико. Из каждой выборки по n элементов возьмем минимальное значение. Определим функцию распределения $F_{min}(x)$ и плотностью распределения вероятностей $f_{min}(x)$ минимальных значений.

Поскольку $F(x) = P(X < x)$, где x заданное значение, то вероятность того чтобы n элементов было меньше x , равна произведению этих вероятностей, т.е.: $(F(x))^n$. Вероятность того чтобы n элементов было больше x , равна $(1 - F(x))^n$. Отсюда $F_{min}(x) = 1 - (1 - F(x))^n$, а т.к.

$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$ и, следовательно, и $f_{min}(x) = \frac{dF_{min}(x)}{dx}$, то $f_{min}(x) = n(1 - F(x))^{n-1} \cdot f(x)$, [30, 31]. Распределение минимальных значений не симметричное, даже если исходное симметричное.

Если $n=1$, следовательно, $F_{\min}(x)=F(x)$ и $f_{\min}(x)=f(x)$, т.е. функция распределения и плотность распределения вероятностей минимальных значений полностью совпадают с исходными функциями распределений. То же касается и числовых параметров: мат. ожидания, моды, медианы и стандартного отклонения.

Следует отметить, что для максимальных значений $F_{\max}(x)=(F(x))^n$ и $f_{\max}(x)=n(F(x))^{n-1} \cdot f(x)$.

Зависимости для максимальных значений подчиняются тем же закономерностям что и зависимости для минимальных значений. Распределение максимальных значений также несимметричное.

При симметричных исходных распределениях между экстремальными распределениями наибольших и наименьших значений имеются следующие зависимости, (см. например [30]): $F_{\min}(x)=1-F_{\max}(2M_x-x)$ и $f_{\min}(x)=f_{\max}(2M_x-x)$. Функции $f_{\min}(x)$ и $f_{\max}(x)$ симметричны друг другу относительно M_x . Где M_x - математическое ожидание исходного распределения.

Если исходное распределение неограниченно, то и распределение экстремальных значений также неограниченно. Если исходное распределение ограничено, то и распределение экстремальных значений ограничено этим же значением, [30].

Нормальное распределение.

Случай, когда исходное распределение подчиняется нормальному закону.

Вероятность того, что из n случайных чисел все они одновременно окажутся больше x , равна $(1-F(x))^n$. Переходя от x к k , для нормального закона распределения имеем:

$P=(1-F(-k))^n$, $\{x \leq M_x\}$, (см. рисунок 14b). Откуда $F(-k)=1-P^{1/n}$, и, следовательно $k=-F^{-1}(1-P^{1/n})$, (см. рисунок 14a).

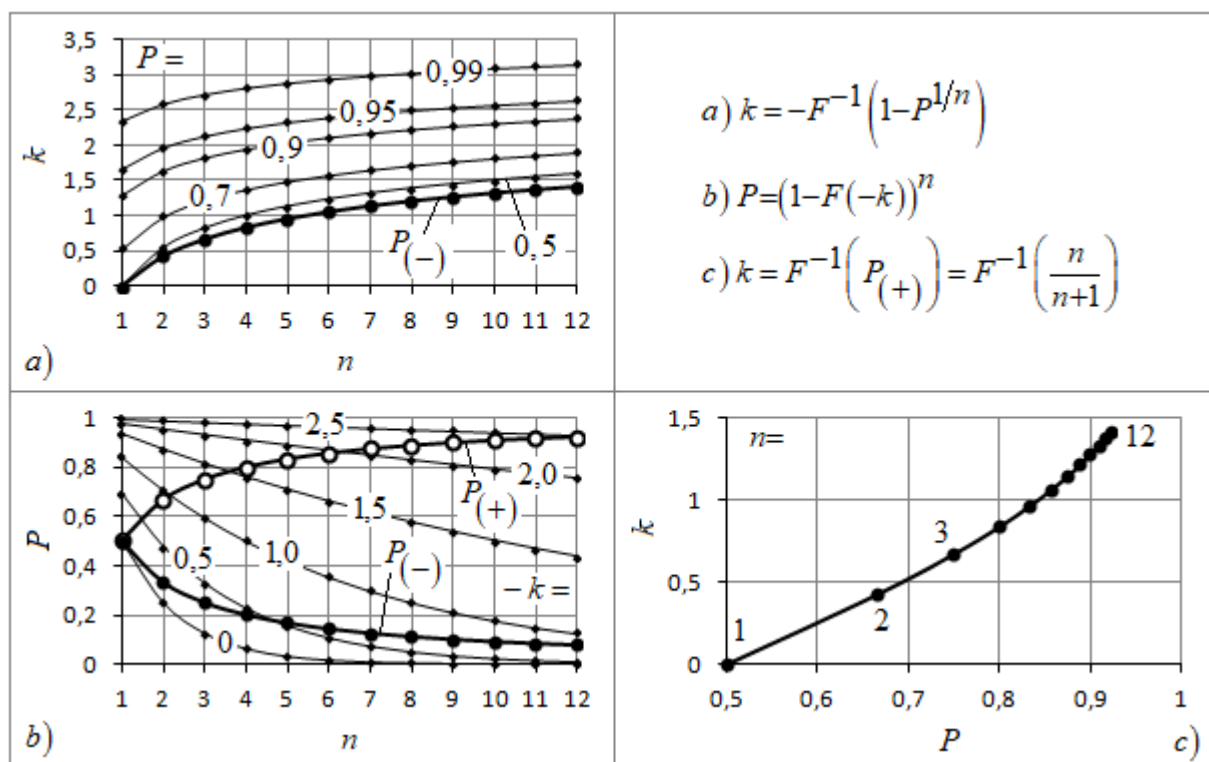
Для одного и того же k имеем $P_1^{1/n_1}=P_2^{1/n_2}$, или $\frac{1}{n_1} \ln(P_1)=\frac{1}{n_2} \ln(P_2)$, или $P_2=P_1^{n_2/n_1}$.

Интересно отметить, что если в формуле $P=(1-F(-k))^n$ значения k брать как функцию от $P_{(+)}$, т.е. $k=F^{-1}(P_{(+)})=F^{-1}\left(\frac{n}{n+1}\right)$, (см. рисунок 14c), имеем:

$P=\left(1-F\left(-F^{-1}\left(P_{(+)}\right)\right)\right)^n=\left(1-F\left(-F^{-1}\left(\frac{n}{n+1}\right)\right)\right)^n$. При $n \Rightarrow \infty$, имеем $P \Rightarrow \frac{1}{e}=0,367879\dots$

При $n=1$, следует $P=0,5$.

Если же значения k брать как функцию от $P_{(-)}$, то $P=\left(1-F\left(F^{-1}\left(P_{(-)}\right)\right)\right)^n=\left(1-\frac{1}{n+1}\right)^n$. Тут также при $n \Rightarrow \infty$, имеем $P \Rightarrow 1/e$.

Рисунок 14. Нормальное распределение, для $x \leq M_x$.

$n=[1, 2, 3, \dots, 12]$ - элементы.

На рисунке 14а, при вероятности P близкой к 0,4, расчетные значения близки к значениям, когда k берется от $P(-)$, см. формулы рисунка 13а.

Таблица 1. Отклонения значений от математического ожидания M_x в стандартных отклонениях σ_x , при исходном нормальном распределении с параметрами M_x , σ_x . (Количество выборок по n элементов составляет 10000).

n	1	2	3	4	8	12	24
1*	0,989 - 1,02	0,820 - 0,842	0,733 - 0,753	0,693 - 0,714	0,601 - 0,615	0,563 - 0,575	0,497 - 0,523
2*	-0,021 - 0,018	0,549 - 0,573	0,827 - 0,855	1,006 - 1,046	1,415 - 1,431	1,623 - 1,643	1,939 - 1,957
3*	0	0,545	0,819	0,998	1,385	1,588	1,904

Примечание:

1*. $\sigma_{\min x} / \sigma_x$.

2*. $\frac{M_x - M_{\min x}}{\sigma_x}$.

3*. $\frac{M_x - Me_{\min x}}{\sigma_x} = Me \left\{ \frac{M_x - \min x}{\sigma_x} \right\} = F^{-1} \left(1 - 0,5^{1/n} \right)$.

$\sigma_{\min x}$ - стандартное отклонение минимальных значений, $M_{\min x}$ - математическое ожидание минимальных значений, $Me_{\min x}$ - медиана минимальных значений.

$$\text{Можно показать что: } \nu_{\min x} = \frac{\frac{\sigma_{\min x}}{\sigma_x}}{\frac{1}{\nu_x} - \left(\frac{M_x - M_{\min x}}{\sigma_x} \right)}, \text{ и это выражение справедливо для}$$

любого распределения.

Медиана - значение аргумента, при котором функция распределения равна 0,5. $F_{\min}(x) = 1 - (1 - F(x))^n = 0,5$, следовательно $1 - F(x) = 0,5^{1/n}$, отсюда $F(x) = 1 - 0,5^{1/n}$. Переходя от x к k , имеем: $k = -F^{-1}(1 - 0,5^{1/n})$. Данное выражение также подтверждается методом Монте-Карло. Отсюда медиана распределения отклонений минимальных значений от M_x отнесенных к σ_x , совпадает со значением, посчитанным по формуле $k = -F^{-1}(1 - P^{1/n})$, при $P = 0,5$. Медиана минимальных значений $Me_{\min x}$ не совпадает с модой $Mo_{\min x}$ и мат. ожиданием $M_{\min x}$ минимальных значений.

Для нормального распределения, при $n=1$, следует, что: $\sigma_{\min x} = \sigma_x$ и $Me_{\min x} = Mo_{\min x} = M_{\min x} = M_x$.

При увеличении n , уменьшается $\sigma_{\min x}$, в область меньших значений переходит и $M_{\min x}$, а соответственно и $Me_{\min x}$ и $Mo_{\min x}$.

Медиана минимальных значений определяет 50-ю % вероятность разрушения конструкции из n элементов.

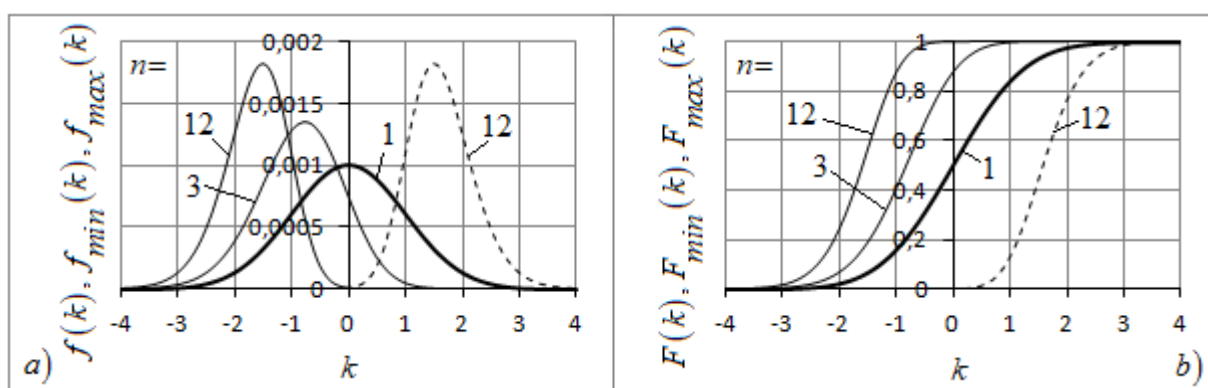


Рисунок 15. Распределения экстремальных значений при исходном нормальном распределении для количества элементов 1, 3, 12.

Тонкие сплошные - для минимальных значений, тонкие пунктиром - для максимальных значений. Жирные - для основного распределения. (Для $M_x = 800$ и $\sigma_x = 400$).

Форма кривых, на рисунке 15, не зависит от M_x и σ_x . От σ_x зависят только числовые значения оси ординат на рисунке а).

Логарифмически нормальное распределение.

Случай, когда исходное распределение подчиняется логарифмически нормальному закону.

На рисунке 16 приведены распределения экстремальных значений при логнормальном исходном распределении для количества элементов 1, 3, 12.

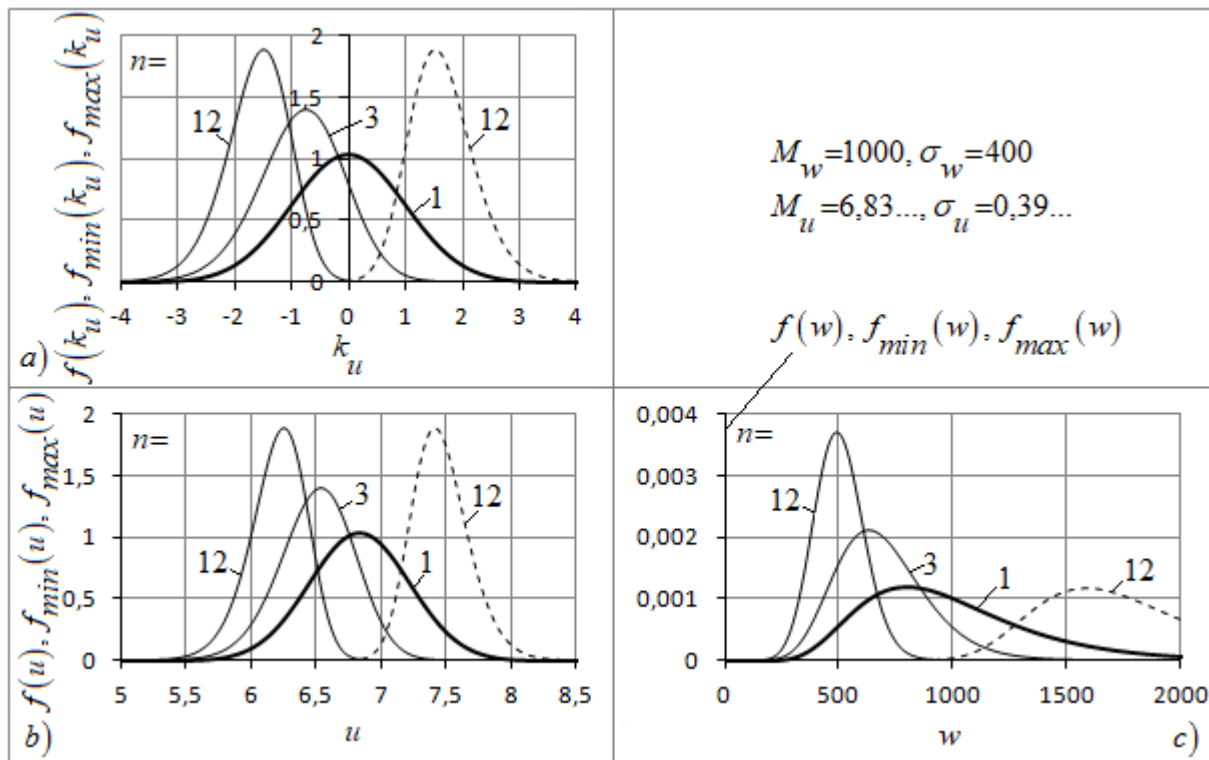


Рисунок 16. Распределения экстремальных значений при логнормальном распределении для количества элементов 1, 3, 12.

Тонкие сплошные - для минимальных значений, тонкие пунктиром - для максимальных значений. Жирные - для основного распределения.

Теоретические распределения минимальных значений легко проверяются методом Монте-Карло.

$f_{min}(w) = n(1 - F(w))^{n-1} \cdot f(w)$, где аргумент плотности распределения вероятностей $f(w)$ равен $w = e^u = e^{(M_u \pm k\sigma_u)}$, а функция распределения $F(w) \equiv F(u) \equiv F(k)$.

$f_{min}(u) = n(1 - F(u))^{n-1} \cdot f(u)$, где аргумент плотности распределения вероятностей $f(u)$ равен $u = M_u \pm k\sigma_u$, а функция распределения $F(u) \equiv F(k)$.

Аналогично с $f(w) = f(u) \frac{1}{w}$, имеем $f_{min}(w) = f_{min}(u) \frac{1}{w}$, где аргументы w и u связаны зависимостью $w = e^u$.

В качестве правила обозначим, например, через $f_H\left(\min\left(\left\{w_{R|n}\right\}\right)\right)$ гистограмму плотности распределения вероятностей минимальных значений, которые выбираются из n значений величины W получаемой случайным образом (рандомно) в соответствии с логарифмически нормальным распределением. Данное правило применяется для интерпретации дальнейших обозначений.

Используя метод Монте-Карло можно показать, что:

$$f_H\left(\ln\left(\left\{w_{R|n}\right\}\right)\right) \equiv f(u), \text{ и } f(w) \equiv f_H\left(\exp\left\{u_{R|n}\right\}\right).$$

Аналогично проверяются зависимости:

$$f_H\left(\ln\left(\min\left(\left\{w_{R|n}\right\}\right)\right)\right) \equiv f_{\min}(u), \text{ и } f_{\min}(w) \equiv f_H\left(\exp\left(\min\left(\left\{u_{R|n}\right\}\right)\right)\right).$$

Распределения логарифма минимальных значений величины W совпадают с распределениями минимальных значений величины U . И наоборот, распределения экспоненты минимальных значений величины U , совпадают с распределениями минимальных значений величины W . То же самое, естественно, справедливо и между распределениями самих величин W и U .

Методом Монте-Карло также проверяются следующие зависимости:

$$Me_{\min w} = e^{Me_{\min u}}, \text{ и } M_{\min w} = e^{M_{\min u} + 0,5\sigma_{\min u}^2}.$$

При всем при этом:

$$M_{\min w} \neq e^{M_{\min u}}, \sigma_{\min u} \neq \sqrt{\ln(v_{\min w}^2 + 1)}, Me_{\min w} \neq M_{\min w} / \sqrt{v_{\min w}^2 + 1},$$

$$\sigma_{\min w}^2 \neq e^{2M_{\min u} + \sigma_{\min u}^2} \times \left(e^{\sigma_{\min u}^2} - 1 \right).$$

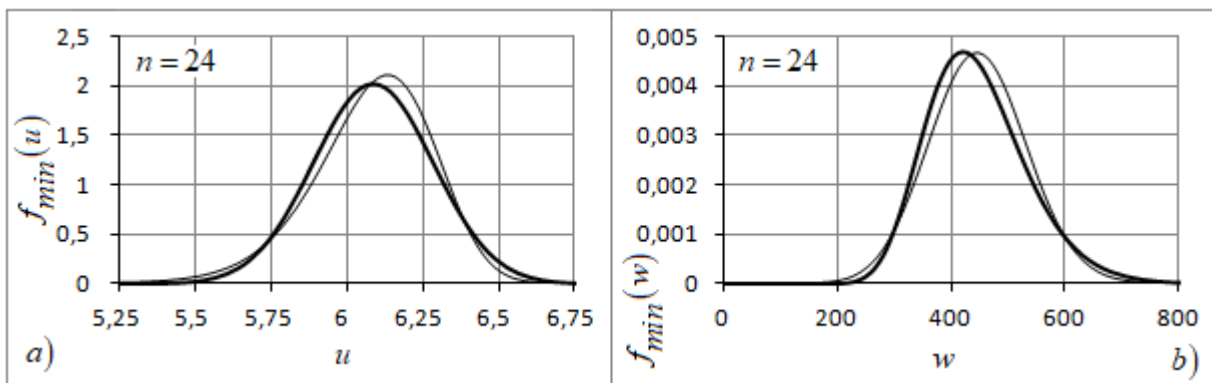


Рисунок 17. Распределения минимальных значений для количества элементов 24 при $M_w=1000, \sigma_w=400$.

Тонким - по формулам для минимальных значений. Жирным - в предположении логнормального распределения.

Количество элементов n может выступать как n - кратность. И она не инвариантная величина. Распределение минимальных из n элементов значений не совпадает с логнормальным законом, построенным по минимальным значениям, см. рисунок 17.

Масштабный фактор.

В условиях постоянства НДС, при увеличении объема испытываемого на усталостную долговечность материала, математическое ожиданий, медиана и мода будут смещаться в область меньших значений. Также будет уменьшаться и стандартное отклонение. Это можно охарактеризовать как влиянием масштабного фактора.

Например, мы подвергаем циклическим испытаниям одни и те же трубы метровой или пятиметровой длины. Трубы при этом должны быть маленького диаметра, чтобы нивелировать краевым эффектом от влияния днищ. В качестве примера также могут послужить некие радиаторы, состоящие из радиаторных секций. Также если мы, не изменяя длину, будем увеличивать диаметр и толщину стенки баллона, но при условии что отношение диаметра к толщине будет сохраняться. Рассматривать можно и длину сварных швов в одинаковых условиях нагружения.

6. Особенности при циклических нагружениях баллонов.

Статические испытания сосудов давления до разрушения, не выявляют возможных источников разрушения в процессе эксплуатации, и не дают исчерпывающих сведений о работоспособности в условиях циклических нагрузок [3]. Места разрушения, при статических и циклических испытаниях, естественно могут и не совпадать.

Интенсивность напряжений как эквивалентное напряжение по 4-й теории прочности - гипотезе удельной потенциальной энергии изменения формы в цилиндрической стенке тонкостенного баллона определяется выражением:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_t = \frac{\sqrt{3} P r_o}{2 s_o}, \quad (5)$$

где r_o , s_o - радиус срединной поверхности и толщина стенки.

В местах перехода цилиндрической части на горловину или на днище, в самих днище или горловине, и в местах допустимых локальных концентраторов эти напряжения вообще могут сильно отличаться от расчетных по формуле (5). Также стоит не забывать об разнотолщинности, овальности, огранке и искривлению оси цилиндрической стенки, которые также влияют на неравномерность напряжений. После первого нагружения баллона давлением, в некоторых таких местах могут возникнуть и остаточные напряжения либо растяжения, либо сжатия. Остаточные напряжения сжатия возникают и в металлическом лейнере металокомпозитного баллона после его автофретирования. Стоит отметить, что наличие коррозии, каверн, трещин, выбоин, вмятин в баллонах не допускается. Но нужно понимать, что наличие таких дефектов, в зависимости от их размера, все-таки может иметь место.

Интенсивность напряжения в некоторой рассматриваемой точке баллона, можно представить как $\sigma_i = f(P) + \sigma_{io}$, где σ_{io} - интенсивность остаточных напряжений, может быть как больше, так и меньше нуля. Циклическое изменение интенсивности напряжений в баллоне связано с изменением внутреннего давления. Максимальные значения интенсивности напряжений могут быть значительно выше предела текучести. При одном и том же циклическом давлении, циклически изменяющиеся напряжения в разных точках баллона могут существенно различаться.

На рисунке 18, в качестве примера, приведены графики циклического нагружения баллонов внутренним давлением.

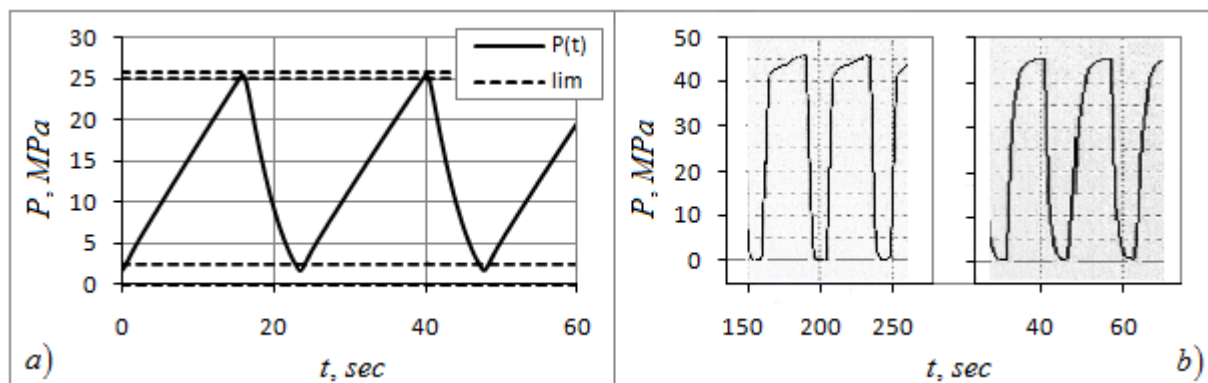


Рисунок 18. Примеры графиков изменения давления во времени $P(t)$.

a - испытания баллонов давлением 25 МПа, см. табл. 2; *b* - из протоколов испытаний металлокомпозитных баллонов производства Китай. *lim* - границы для нижнего и верхнего значений давления в цикле - для *a*).

В таблице 2 и на рисунке 19 в качестве примера, приведены результаты циклических испытаний стальных новых баллонов двух типов с условными обозначениями V и T. Баллоны каждого типа принадлежали одной партии, за исключением V* - другая, более качественная партия баллонов типа V. Рабочее давление баллонов P_P составляет 150 бар.

Испытания проводились пробным давлением P_{II} , в одном случае равным 225 (1,5), в другом 250 (1,(6)) бар. По три баллона каждого типа на один уровень пробного давления. База испытаний составляла 12000 циклов. Дополнительно проводились статические испытания до разрушения на двух баллонах из тех же партий.

Таблица 2. Результаты циклических испытаний стальных баллонов V, V* и T на базе 12000 циклов, $P_P=150$ бар.

№ п/п	Баллоны	P_{II} , бар		n_{f1}	n_{f2}	n_{f3}	M_{nf}	σ_{nf}	ν_{nf}		P_T , бар	P_B , бар
1	V	225	p	4085	4214	4504	4268	215	0,05		290,4	425,3
2	V	250	p	2942	3144	3382	3156	220	0,07		299,4	436,2
3	V*	225	p	5686	6197	7062	6315	696	0,11		332	474,4
											330	481,6
4	T	225	n	12089	12089	12089	-	-	-		366,4	514,9
5	T	250	p	5576	6953	7584	6704	1027	0,15		374,4	532,7

Примечание: n_{fi} - число циклов, которые выдержал баллон; p/n - произошло разрушение баллонов или /не произошло; * - новая, более качественная партия; P_P - рабочее давление; P_{II} - пробное давление; P_T - давление текучести (пластической деформации), точка перелома графика нагружения внутренним давлением; P_B - наибольшее давление в баллоне, наблюдаемое во время испытаний на разрушение; P_T и P_B определены на двух других баллонах из тех же партий.

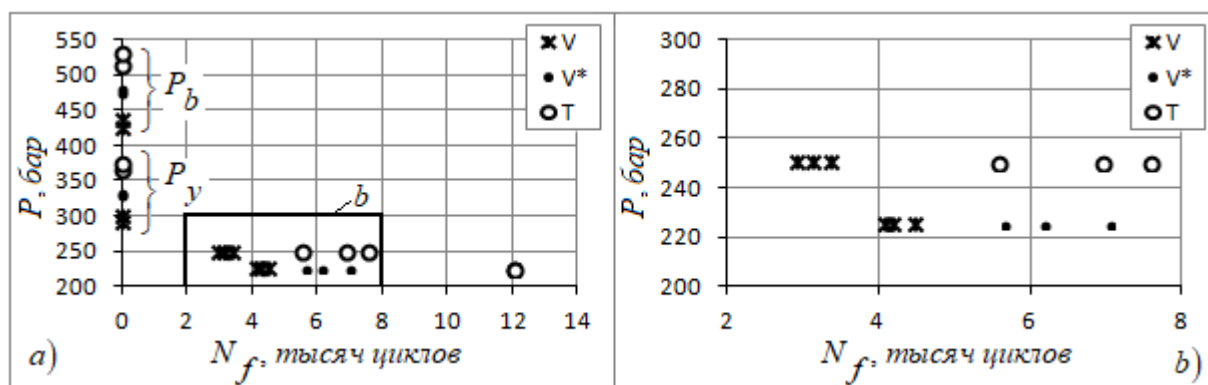


Рисунок 19. Результаты циклических испытаний стальных баллонов V, V* и T на базе 12000 циклов.

Обозначения, как и в таблице 2.

Если предположить, что мы бы остановили испытания ровно за один цикл до первого разрушения. Это означает, что баллоны выдержали бы $N_t = n_{f1} - 1$ циклов без разрушения.

Поскольку испытывались по три баллона, то согласно формуле (4) вероятность разрушения для последующих баллонов этого же типа, этой же партии и при таком же циклическом давлении, была бы равна 0,25. В таблице 3 приведены расчетные значения функций распределения при значениях N_t , рассчитанные по результатам испытаний. Эти значения оказываются меньше чем 0,25.

Таблица 3. Расчетные значения функций распределения при значениях N_t .

	N_t	$-k$	N: $F(N_t)$	L-N: $F(N_t)$
1	4084	0,856	0,196	0,198
2	2941	0,976	0,164	0,164
3	5685	0,906	0,183	0,183
4	12088	-	0,25	0,25
5	5575	1,100	0,136	0,128

Примечание: N_t - тестовое количество циклов, при котором еще не произошло ни одного разрушения; $F(N_t)$ - значение функции распределения; $k = (N_t - M_{nf}) / \sigma_{nf}$; N - нормальное распределение; L-N - логарифмически нормальное распределение.

Если построить нормальное и логнормальное распределения по результатам испытаний баллонов, основываясь на математическом ожидании и стандартном отклонении которые получены по трем значениям, то эти распределения будут мало друг от друга отличаться. Связано это с малым коэффициентом вариации.

Разрушение баллонов при циклических нагружениях происходило в районе днища по концентратору, которым являлось конструктивное несовершенство формы вогнутого днища. Разрушение происходило вследствие раскрытия в кольцевом направлении и носило квазистатический характер. При статическом нагружении давлением до разрушения, двух других баллонов из тех же партий, раскрытие в момент разрушения происходило, стандартно по образующей цилиндрической стенки. Стоит отметить, что на баллонах с условным обозначением V, косвенным образом подмечено, что чем больше коэффициент остаточного расширения показал баллон при пробном давлении, тем меньшее количество циклов он

выдержал. Пластическое изменение объема баллонов после первого нагружения пробным давлением, было связано по всей вероятности с необратимой деформацией днищ.

Если баллоны с вогнутыми днищами не разрушаются при заданном количестве циклов, по всей вероятности было бы целесообразным неким образом проверять остаточный запас пластичности в опасной зоне перехода. Также можно было бы определять и ударную вязкость и сравнивать с исходными значениями. Но такие процедуры в НД не предусмотрены.

7. Дополнительная информация.

7.1. Кривые усталости.

В литературе предлагаются десятки уравнений, описывающих кривые усталости разных материалов, образцов.

При жестком нагружении, кривую малоциклового усталости описывают уравнением Мэнсона - Коффина [22, 32]: $\Delta e_p N_f^\alpha = C$, зависимостью между предельными размахами амплитуд пластических деформаций и числом циклов до разрушения. Здесь Δe_p - размах пластической деформации в цикле, α - показатель степени, являющийся константой, для большинства материалов $\alpha \cong 0,5$, N_f - число циклов до разрушения, C - постоянная материала. Принимают $C \approx \frac{1}{2} e_\psi$, где $e_\psi \approx \ln \frac{1}{1-\psi}$ - деформация, соответствующая разрушению при простом растяжении, а ψ - коэффициент поперечного сужения.

В инженерных расчетах, при мягком нагружении, чаще всего используют степенное уравнение кривой усталости $\sigma^m N = \text{const}$, где N - число циклов до разрушения при максимальном напряжении цикла; m - показатель степени кривой усталости, зависящий от материала, параметров образца и т.д. Для металлов, как правило, принимают $m = 5..10$. В частности для сталей встречаются $m \approx 9$, и $m \approx 3$ - (Э. Гарф). Показатель степени m кривой усталости, построенной по условию образования трещины, выше, чем m , определенный по условию разрушения [33].

Кривую усталость в большинстве случаев строят в двойных логарифмических координатах - десятичный логарифм максимальных напряжений $\lg(\sigma_{\max})$ в зависимости от десятичного логарифма количества циклов $\lg(N)$. В качестве N зачастую выступает N_f - число циклов до разрушения. Для симметричного цикла $\sigma_{\max} = \sigma_a$. Для отнулевого цикла, у которого нижней границей является ноль $\sigma_{\max} = 2\sigma_a$. Иногда кривую усталости представляют в полулогарифмических координатах $\sigma_{\max}$ от $\lg(N)$.

При мягком нагружении, уравнение кривой усталости иногда расписывают следующим образом [22, 34]: $\sigma^m N = \sigma_{-1}^m N_{\sigma-1} = \sigma_B^m N_B = \text{const}$. Здесь под σ понимают σ_a . Упрощая, ее

принимают в качестве единой кривой малоциклового усталости при мягком нагружении.

Здесь $m = \frac{\lg(N_{\sigma-1}/N_B)}{\lg(\sigma_B/\sigma_{-1})}$ - показатель степени наклона левой ветви кривой малоциклового

усталости, $N_{\sigma-1}, N_B$ - число циклов до разрушения на уровне предела выносливости и предела прочности материала соответственно. Для ряда конструкционных материалов в первом приближении можно независимо от типа материала принять значения для N_B и $N_{\sigma-1}$ соответственно 10 и 10^6 . Тогда показатель степени, как указано в [22]:

$m = \frac{1}{0,2 \cdot \lg(\sigma_B/\sigma_{-1})}$. Воспользовавшись, например корреляцией $\sigma_{-1} \approx 0,4\sigma_B$, получаем

$m = 12,56...$, что в принципе неплохо согласуется для большого числа металлов при $N \leq 10^4$ [34]. Для некоторых сталей, N_B составляет в районах 30, 50, а $N_{\sigma-1}$ в диапазоне $10^5 \dots 10^7$ [34].

Из единой кривой малоциклового усталости напряжения можно выразить следующим

образом: $\sigma = \sigma_{-1} \sqrt[m]{\frac{N_{\sigma-1}}{N}}$, или $\sigma = \sigma_B \sqrt[m]{\frac{N_B}{N}}$.

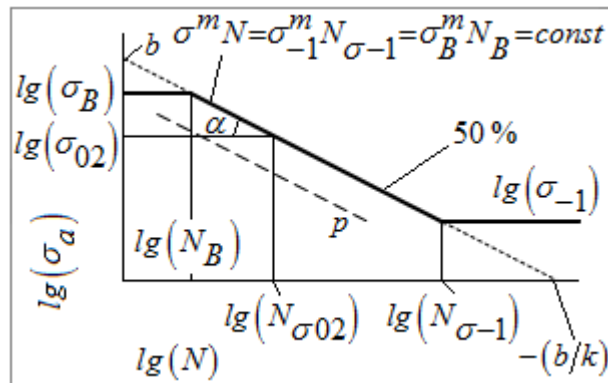


Рисунок 20. Схематизация единой кривой малоциклового усталости при мягком нагружении. p - отклонение от медианы с некоторой вероятностью. Зона, находящаяся левее прямой p - безопасная зона.

Логарифмируя выражение $\sigma^m N = \text{const}$, получаем $m \cdot \lg(\sigma) + \lg(N) = \lg(\text{const})$, отсюда

$$\lg(\sigma) = -\frac{1}{m} \lg(N) + \frac{1}{m} \lg(\text{const}). \quad (6)$$

Данную зависимость можно представить как уравнение прямой $y = kx + b$, где $k = -(1/m)$,

$$b = \lg(\text{const})/m. \text{ Нетрудно увидеть, что } m = \text{ctg}(\alpha) = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\Delta \lg(N)}{\Delta \lg(\sigma)}.$$

Преобразовывая выражение $\sigma^m N = \sigma_B^m N_B$, имеем $\left(\frac{\sigma}{\sigma_B}\right)^m \cdot N = N_B$, логарифмируя, получаем $m \cdot \lg\left(\frac{\sigma}{\sigma_B}\right) + \lg(N) = \lg(N_B)$. Откуда $\lg\left(\frac{\sigma}{\sigma_B}\right) = \frac{1}{m} \lg\left(\frac{N_B}{N}\right)$. То же самое можно получить и из непосредственного логарифмирования. Значения $\lg(\sigma/\sigma_B)$ естественно получаются меньше нуля. Поэтому для построения кривой усталости в напряжениях относительно временного сопротивления, ось ординат целесообразно брать не как $\lg(\sigma/\sigma_B)$, а как отношение σ/σ_B , но в логарифмических координатах.

Стоит отметить, что в случае аппроксимирования линейной зависимостью значений $\ln(\sigma)$ и $\ln(N)$, зависимости $\lg(\sigma/\sigma_B)$ от $\ln(N)$, и $\lg(\sigma)/\lg(\sigma_B)$ от $\ln(N)$ также будут линейны. Линейным от $\ln(N)$ будет и представляемое в логарифмических координатах отношение σ/σ_B . При этом зависимость между σ и $\ln(N)$ не будет линейной.

Кривые усталости при несимметричных испытаниях получаются схожими, но естественно с другими числовыми значениями, зависящими от заданного σ_m [6]. Например, если кривая малоциклового усталости ниже квазистатической области при мягком нагружении для симметричного цикла в двойных логарифмических координатах аппроксимируется прямой, то, как указывается в [7], для отнулевого цикла это будет параллельная прямая смещенная вправо - в область больших количеств циклов.

Из формулы (6) можно получить

$$\sigma = 10^{-\frac{1}{m} \lg(N) + \frac{1}{m} \lg(const)} = 10^{-\frac{1}{m} \lg(N)} \cdot 10^{\frac{1}{m} \lg(const)} = N^{-(1/m)} \cdot const^{(1/m)}, \text{ т.е. } \sigma^m N = const.$$

Идея, предложенная Э. Ф. Гарфом: испытать один баллон до разрушения статическим давлением, а один циклически изменяющимся давлением. Построить приблизительную кривую малоциклового усталости в координатах: давление - количество циклов до разрушения.

На рисунке 21 приведена схема полной кривой механической усталости. Полная кривая механической усталости - зависимость между амплитудой (или максимальным значением) напряжения σ , или его десятичного логарифма, от циклической долговечности (числа циклов до разрушения) N , или логарифмом этого числа, во всем диапазоне их возможного изменения: $\sigma \leq \sigma_B$ и $N \leq 10^9$ циклов.

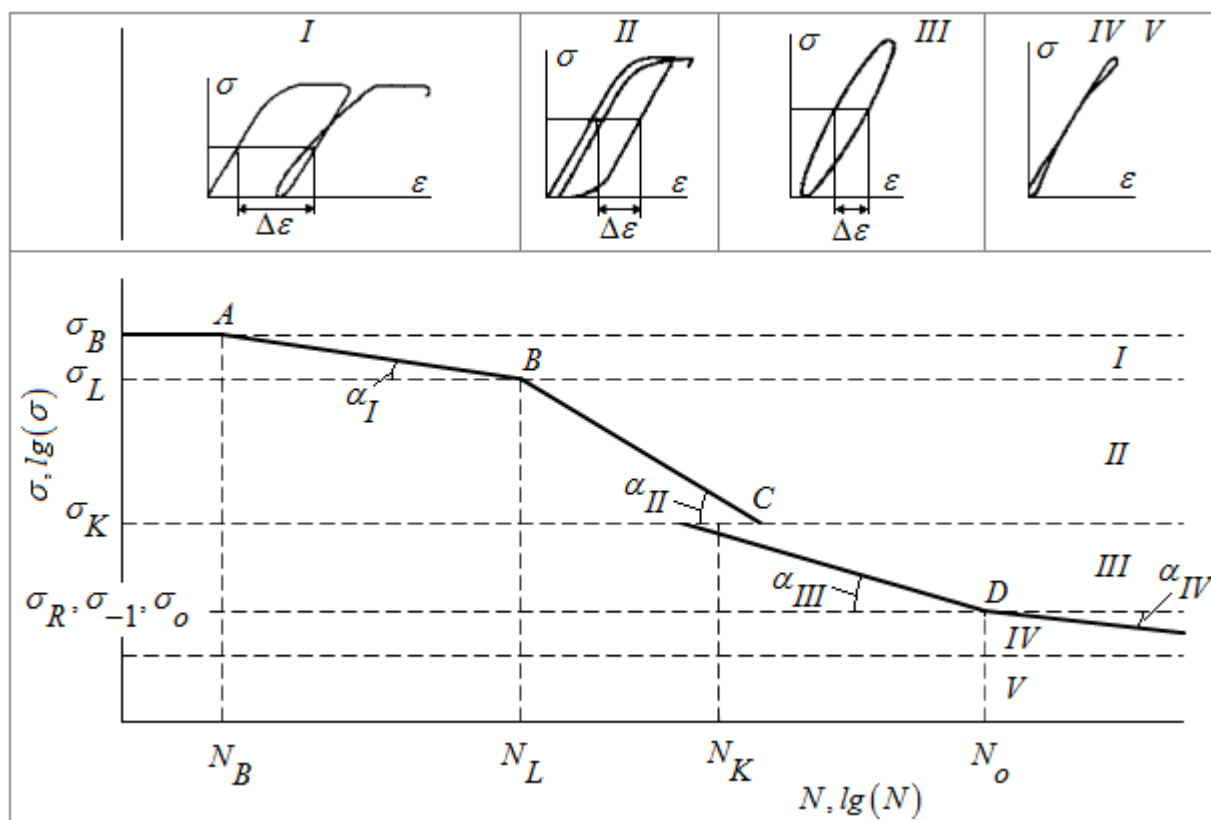


Рисунок 21. Схема полной кривой механической усталости.

I - область циклической ползучести; *II*, *III* - область усталостного излома; *I*, *II* - область малоциклового усталости; *III*, *IV*, *V* - область многоциклового усталости; *IV* - область не распространяющихся усталостных трещин.

σ_K - динамический предел текучести; *A*, *B*, *C*, *D* - переходные области нагружения.

Между отдельными участками или областями полной кривой усталости можно наблюдать переходные области, (см. *A*, *B*, *C*, *D*), в которых меняется наклон кривой усталости или даже появляются разрывы между отдельными участками.

7.2. Пределы выносливости.

Как правило, см. например [1], для сталей предел выносливости при изгибе $\sigma_{-1} \approx (0,4 \dots 0,5) \sigma_B$, причем для углеродистых сталей он ближе к нижней границе, для легированных - к верхней. Для высокопрочных сталей $\sigma_{-1} \approx 400 + \sigma_B / 6$. Для цветных металлов, включая и алюминиевые сплавы $\sigma_{-1} \approx (0,25 \dots 0,5) \sigma_B$.

Как указывается в [2] предел выносливости гладких образцов при растяжении сжатии для сталей составляет 0,7 от предела выносливости полученного при симметричном изгибе, и 0,2 от временного сопротивления. По другим данным для стали 0,7-0,9, а для алюминия 0,85-0,95 от предела выносливости полученного при симметричном изгибе. Также известны некоторые следующие ориентировочные зависимости: $\sigma_{-1} = (1,0 \dots 1,5) \sigma_{-1p}$, $\sigma_o = (1,4 \dots 1,6) \sigma_{-1}$, $\sigma_{op} = (1,5 \dots 1,8) \sigma_{-1p}$ и именно для стали $\sigma_{-1} = (0,2 \dots 0,3) \sigma_B (1 + (\sigma_T / \sigma_B))$.

Здесь индекс p относится к испытаниям растяжения-сжатия, без индекса к изгибу, σ_o - предел выносливости для пульсирующего цикла.

Приведенные выше и аналогичные соотношения следует применять с осмотрительностью, поскольку они получены только для определенных материалов и в большинстве случаев в условиях изгиба. Предел выносливости, например, полученный в условиях циклического растяжения и сжатия оказывается на 10...20 % ниже, чем предел выносливости, полученный при изгибе, [1]. Пределы выносливости для несимметричного цикла выше, чем для симметричного.

7.3. Формула Одингга.

Учет асимметрии нагружения производят с помощью модифицированной формулы И. А. Одингга [7], в которой осуществляется приведение напряжений произвольного асимметричного приводимого цикла к эквивалентным напряжениям σ_{on} пульсирующего

(отнулевого) цикла: $\sigma_{on} = (2\sigma_a)^{1-\chi} \cdot \sigma_{max}^\chi = \frac{2\sigma_a}{(1-R)^\chi}$, где параметры: $R, \sigma_a, \sigma_{max}, \sigma_{min}$

относятся к произвольному, приводимому циклу, а χ - характеристика материала. При отсутствии кривых усталости, полученных для различной асимметрии нагружения, χ принимается равным 0,5.

Принимая $\chi=0,5$, получаем выражение, полученное в ЦАГИ при $\sigma_m \geq 0$ [35]:

$$\sigma_{on} = \sqrt{2\sigma_a \sigma_{max}}.$$

Переход от симметричного цикла к пульсирующему, при $\chi=0,5$, представляется следующим

образом: $\sigma_{on} = \frac{2\sigma_a^{(*)}}{(1+1)^{0,5}} = \sqrt{2}\sigma_a^{(*)}$, где $\sigma_a^{(*)}$ - амплитуда симметричного цикла. В предельном

случае, когда $\sigma_a^{(*)} = \sigma_{-1}$, имеем: $\sigma_{on} = \sqrt{2}\sigma_{-1}$.

Некоторые авторы, используя модифицированную формулу Одингга, осуществляют переход между симметричным циклом и произвольным асимметричным, следующим образом:

$\sigma_a^{(*)} = \sqrt{\sigma_a \sigma_{max}}$. В предельном случае: $\sigma_a \sigma_{max} = \sigma_{-1}^2$.

7.4. Доверительные интервалы.

Построение доверительных интервалов для выборочных математического ожидания и стандартного отклонения [29]. Построения используются для величины X , распределенной по нормальному закону.

Доверительный интервал для математического ожидания при известных выборочных математическом ожидании и стандартном отклонении и объеме выборки.

Математическое ожидание μ_x , с вероятностью p , находится в интервале

$P\left(M_x - t_{n,p} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} < \mu_x < M_x + t_{n,p} \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$, где выборочные значения M_x и σ_x определяются

по формулам (1, 2). Параметр $t_{n,p}$ - коэффициент t-распределения Стьюдента (коэффициент Стьюдента), табличная величина, зависящая от n - объема выборки и $p=1-\alpha$ - доверительной вероятности. Минимальный объем выборки 2 значения.

В таблицах вместо n , обычно указывают $k=n-1$ - количество степеней свободы.

Величина коэффициента Стьюдента влияет на ширину интервала для математического ожидания. Чем больше объем выборки, тем для соответствующих уровней доверительной вероятности, значение коэффициента Стьюдента меньше. Чем больше доверительная вероятность, тем для соответствующего объема выборки, значение коэффициента Стьюдента больше.

Пример. Пусть $M_x=6$, $\sigma_x=3$, а $n=9$. Для величины распределенной нормально, построить доверительный интервал для математического ожидания с вероятностью 0,95.

Решение. По таблицам, для значений p равном 0,95 и n равном 9, или k равном 8, находим

$$t_{n,p} \text{ равное } 2,31. \text{ Тогда } P\left(6-2,31\frac{3}{\sqrt{9}} < \mu_x < 6+2,31\frac{3}{\sqrt{9}}\right) = 0,95, \text{ или } 3,69 < \mu_x < 8,31.$$

Доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения при известных выборочном стандартном отклонении и объеме выборки.

Среднее квадратичное отклонение s_x , с вероятностью p , находится в интервале

$$P\left(\frac{\sqrt{n}\sigma_x}{\chi_2} < s_x < \frac{\sqrt{n}\sigma_x}{\chi_1}\right) = 1-\alpha, \text{ где } \chi = \sqrt{\chi^2}, \text{ а } \chi^2 - \text{распределение Пирсона - «Хи квадрат»}.$$

Значения χ_1^2 и χ_2^2 на оси χ^2 выбирают таким образом, чтобы площадь, заключенная под функцией распределения $f(\chi^2)$ между χ_1^2 и χ_2^2 была равна $1-\alpha$. Обычно χ_1^2 и χ_2^2 выбирают так, чтобы $P(\chi^2 < \chi_1^2) = P(\chi^2 > \chi_2^2) = \alpha/2$.

Чем больше объем выборки, тем значение «Хи квадрат» для соответствующих уровней вероятности больше.

Пример. Пусть $\sigma_x^2=10$ а $n=20$. Для величины распределенной нормально, построить доверительный интервал для стандартного отклонения с вероятностью 0,96.

Решение. Вероятность $p=1-\alpha=0,96$, отсюда $\alpha=0,04$, а $\alpha/2=0,02$. Количество степеней свободы $k=n-1=20-1=19$. Далее по таблицам для значений 0,02 и 19 находим χ_2^2 равное 33,7. Затем для значения $1-(\alpha/2)$ равное 0,98 находим χ_1^2 равное 8,6. Тогда

$$P\left(\frac{20 \cdot 10}{33,7} < s_x^2 < \frac{20 \cdot 10}{8,6}\right) = 0,96, \text{ т.е. } 5,935 < s_x^2 < 23,256. \text{ Отсюда } 2,43 < s_x < 4,82.$$

Доверительные интервалы для выборочных математического ожидания и стандартного отклонения также проверяются методом Монте-Карло, и в принципе есть соответствие. Но имеются и нюансы, которые требуют дополнительного пояснения, выходящего за рамки данного исследования. Но в первом приближении рассмотренными выкладками пользоваться можно.

Как рекомендуют некоторые авторы, для построения расчетного распределения по выборочным значениям, можно использовать минимальное значение математического ожидания - левую границу его интервала, и максимальное значение стандартного отклонения - правую границу его интервала. В такой постановке, и при увеличении доверительной вероятности коэффициент вариации сильно возрастает, причем в случае моделирования логнормального распределения - быстрее. Если математическое ожидание изменяется в более-менее разумных пределах, то стандартное отклонение оказывается очень большим, и понятно, чем больше доверительная вероятность, тем оно больше. Такой подход может сильно искажать картину происходящего особенно при расчете с высокой доверительной вероятностью. Поэтому при малых выборках его не стоит использовать.

8. Дополнения.

Задача про миллион (1М) баллонов. Пояснения см. в тексте выше.

1М баллонов, каждый будет заправляться 10 раз рабочим давлением.

Таблица. Испытания экспериментальных баллонов циклическим пробным давлением без разрушения.

№ п/п	Кол-во баллонов	Кол-во циклов нагружения	Р, вероятность
1	1	10	-
2	1	50	+
3	2	50	++
4	2	100	+++
5	3	100	++++
6	4	100	+++++
	И т.п.		

Примечание: С увеличением № п/п вероятность, что 1М баллонов выдержат по 10 циклов растет.

Пояснения к рисунку 6* см. в тексте выше.

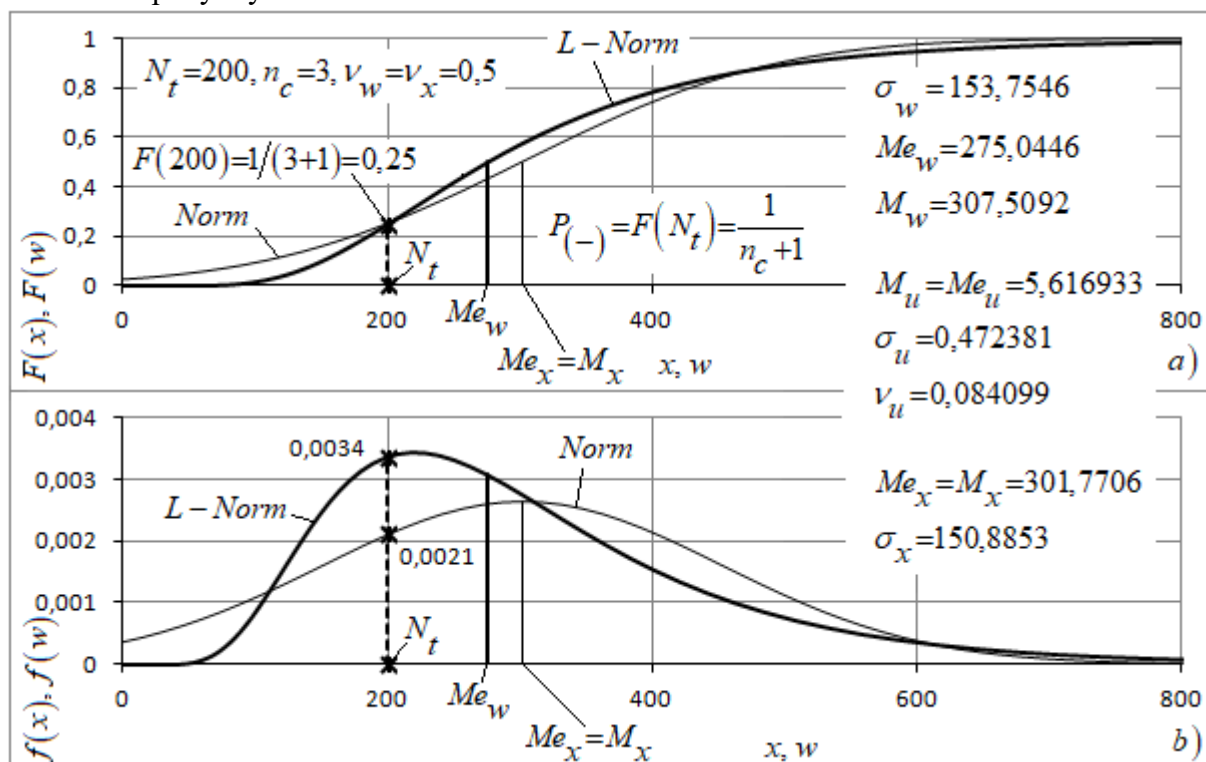


Рисунок 6*. К идее циклических испытаний баллонов без разрушения, при условных $N_t=200, n_c=3, v_w=v_x=0.5$.

Norm - нормальное распределение; L-Norm - логнормальное распределение;

Выводы:

1. При циклических испытаниях баллонов, согласно нормативной документации, квазистатическое их разрушение не допускается.
2. При описании рассеяния усталостной долговечности (количества циклов до разрушения) многие авторы рекомендуют использовать логарифмически нормальное распределение. При этом коэффициент вариации, характеризующий рассеяние, может колебаться в районе 0,2...0,5.
3. Закладывая в расчетах коэффициент вариации 0,5, прогнозируем худший вариант.
4. При увеличении количества испытанных баллонов, и в случае их не разрушения, коэффициент запаса по усталостной долговечности можно снижать.
5. С увеличением объема испытываемого материала распределение усталостной долговечности смещается в область меньших значений, а стандартное отклонение уменьшается.

Использованные источники:

1. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. - 10-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. - 592 с. ISBN 5-7038-1340-9.
2. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С, Яковлев А. П., Матвеев В. В.; Отв. ред. Писаренко Г. С. - 2-е изд., перераб. и доп. - Киев: Наук. думка, 1988. - 736 с. - ISBN 5-12-000299-4.
3. Кудрявцев И. В. Наумченков Н. Е. Усталость сварных конструкций. М., «Машиностроение», 1976. 270 с. с ил.
4. Методика усталостных испытаний. Справочник. Школьник Л. М. М., «Металлургия», 1978. 304 с. УДК 620.178.3.
5. Статистические закономерности малоциклового разрушения / Н. А. Махутов, В. В. Зацаринный, Ж. Л. Базарас и др. - М.: Наука, 1989. - 252 с. - ISBN 5-02-007162-5. Монография.
6. Чечулин Б. Б., Хесин Ю. Д. Циклическая и коррозионная прочность титановых сплавов. М.: Metallurgy, 1987. 208 с. УДК 669.295:620.197.
7. Прочность конструкций при малоцикловом нагружении. Махутов Н. А. и др. М.: Наука, 1983.
8. Школьник Л. М. Скорость роста трещин и живучесть металла. М., «Металлургия», 1973. 215 с. с ил.
9. Udoguchi T., Matsumura M. Statistical investigation on low cycle fatigue life of high tension steel // Proc. Intern. Conf. Mech. Behav. Materials. Kyoto, 1971. Vol. 5. P. 458-470.
10. Байков В. П., Мальцев В. Г., Миронов В. И. Исследование малоциклового усталости стали 07X16H6 // Пробл. прочности. 1978. № 7. С. 23-24.
11. Вейбулл В. А. Усталостные испытания и анализ их результатов. М.: Машиностроение, 1964. 276 с.
12. Iida K., Inoue H. Life distribution and design curve in low cycle fatigue. Tokyo, 1973. 39 p. (Pap. Ship Res. Inst.; N 45).
13. Кудрявцев Я. В., Чудновский Л. Д., Сосновский Л. А. - «Заводская лаборатория», 1968, № 4, с. 459-465.
14. Степнова М. Н., Гиацинтов Е. В. Усталость легких конструкционных сплавов. Машиностроение, 1973. 317 с.
15. Степнов М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник. М.: Машиностроение, 1985. 231 с.

16. Серенсен С. В., Степнов М. Н., Когаев В. П., Гиацинте Е. В. Устойчивость функций распределения долговечности при испытании на усталость алюминиевых сплавов // Вопросы сопротивления материалов: Тр. МАТИ. 1959. Вып. 37. С. 69-84.

17. Гиацинте Е. В., Степнова М. Н., Когаев В. П. Усталостные свойства алюминиевого сплава, применяемого для лопастей вертолетов // Исследования усталости и длительной статической прочности алюминиевых сплавов: Вопросы сопротивления материалов: Тр. МАТИ. 1961. Вып. 51. С. 39-66.

18. Степнов М. Н. Линейный регрессионный анализ результатов усталостных испытаний // Конструкционная прочность легких сплавов и сталей: Вопросы сопротивления материалов: Тр. МАТИ. 1964. Вып. 61. С. 19-25.

19. Когаев В. П., Вандышев В. П., Петрова И. М. Накопление усталостных повреждений и вероятностные методы расчета деталей машин на усталость при варьируемых амплитудах напряжений // Прочность материалов и конструкций. Киев: Наук, думка, 1975. С. 26-33.

20. Туманов А. Т. Конструкционные материалы: Справочник: В 3 т. Том 3. - М.: Сов. энциклопедия, 1964.

21. Карзов Г. П., Леонов В. П., Тимофеев Б. Т. Сварные сосуды высокого давления. Л.: Машиностроение, 1982. 287 с.

22. ГОСТ Р 55513 Локомотивы. Требования к прочности и динамическим качествам.

23. Павлов П. А. Паршин Л. К., Мельников Б. Е. Шерстнев В. А. Сопротивление материалов: Учебное пособие / Под ред. Б. Е. Мельникова - СПб.: Издательство «Лань», 2003. - 528 с.

24. Школьник Л. М. - ЖТФ, 1954, т. 24, вып. 3, с. 517 - 526.

25. К. В. Фролов. Проблемы надежности и ресурса изделий машиностроения. / Проблемы надежности и ресурса в машиностроении. Сборник научных трудов. М., «Наука», 1988. УДК 621-192.

26. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справочное пособие, в 2 ч. / Отв. ред. акад. АН Украины В. Т. Трощенко. - Киев: Наук, думка, 1994. - Ч. 2. - 702 с.

27. Справочник по композиционным материалам: в двух книгах / под ред. Дж. Любина. - М.: Машиностроение, 1988. - ISBN 5-217-00224-7. Кн. 1 / пер. с английского.

28. Продление срока эксплуатации авиационных баллонов / Э. Ф. Гарф, П. С. Юхимец, В. А. Нехотящий, В. И. Чепиженко // Техн. диагностика и неразрушающий контроль. - 2006. - № 1. - С. 3-10. - Библиогр.: 5 назв. - рус.

29. Математическая статистика. Под редакцией А. М. Длин. М. Высшая школа 1975.

30. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций [Электронный ресурс]: учебное пособие: в 2-х частях. Ч. I / В. А. Пшеничкина, Г. В. Воронкова, С. С. Рекунов, А. А. Чураков; М-во образования и науки Рос. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т. - Волгоград: ВолГАСУ, 2015.

31. Распределение максимума, минимума и диапазона выборки / Т. В. Пилипосян. Ереванский государственный университет. // Известия НАН Армении, Математика, том 53, н. 3, 2018, стр. 59 - 71.

32. Кочетов В. Т. Сопротивление материалов. - Издательство Ростовского университета. 1987. 400 с.

33. Брауде В. И., Семенов Л. Н. Надежность подъемно-транспортных машин. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1986. 183 с.

34. Когаев В. П., Махутов Н. А., Гусенков А. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник - М.: Машиностроение, 1985. - 224 с., ил. - (Основы проектирование машин).

35. В. Е. Стрижиус. Метод расчета на усталость элементов авиаконструкций при бигармоническом нагружении. Научный вестник МГТУ ГА № 175, 2012. УДК 629.07.015.

u[↑]a

Текст: <http://www.dri1.cc.ua/RZ/RZ-DRI-010925.doc>

Дмитриенко Р. И. Разработка упрощенного вероятностного подхода к оценке циклической прочности баллонов в условиях ограниченной технической информации и небольшого количества нагружений. Масштабный фактор // Рабочая записка: RZ DRI - 010925. URL: <http://www.dri1.cc.ua/RZ/RZ-DRI-010925.pdf> (дата обращения: 01.09.2025).

© Роман Игоревич Дмитриенко. (Roman Dmytriienko). Моб.: +380688579600.

SPIN- код: 5715-5773. www.orcid.org/0000-0001-8842-5051.

YouTube: <https://www.youtube.com/channel/UCBEzDeXFjUeCKCN6nUYqsQA>.

Сайт: <http://www.dri1.cc.ua>. E-mail: dri1@ukr.net. Украина.